KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Regierungsbezirk Chemnitz

A u f g a b e n Klasse 8 2022/23 Serie 3

1) Sei ABCD ein regelmäßiges Tetraeder mit der Kantenlänge a. Durch den Mittelpunkt E der Kante \overline{AB} sei eine Ebene so gelegt, dass sie diese Kante nicht enthält und dass sie zur Kante \overline{BD} und zur Kante \overline{AC} parallel verläuft.

Ermittle den Flächeninhalt der Schnittfigur dieser Ebene mit dem Tetraeder in Abhängigkeit von der Kantenlänge a. (6 P)

[Lies dazu im "Arbeitsmaterial KI.8" den Abschnitt 2.1. (Einige Begriffe und Sätze aus der Stereometrie) und in "Regeln" auf S.8 die Regeln (1), (2.1) und (2.2).]

- 2) Zu konstruieren sind alle (untereinander nicht kongruenten) Vierecke ABCD, die folgende Bedingungen erfüllen:
 - (a) ABCD ist ein Rhombus;
 - (b) $\triangleleft BAD = \alpha$;
 - (c) $\overline{AC} + \overline{BD} = s$.
- a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung an und untersuche, unter welchen Bedingungen Lösungen existieren (Determination).
- b) Beweise: Wenn ein Viereck ABCD die gegebenen Bedingungen erfüllt, dann lässt es sich wie beschrieben konstruieren (Einzigkeitsnachweis). (2 P)
- c) Beweise: Wenn ein Viereck wie beschrieben konstruiert wurde, dann erfüllt es die gegebenen Bedingungen (Existenznachweis). (2 P)

[Wiederhole im "Arbeitsmaterial Kl.7" den Abschnitt 2.1. (Konstruktionsaufgaben) und in "Regeln" auf S. 9/10 die Regeln (1), (3.1), (2.1) und 2.2).]

3) Wie man an Beispielen sehen kann, gibt es Paare (x; y), worin x und y je eine zweistellige natürliche Zahl mit der folgenden Eigenschaft sind:

Vertauscht man die Ziffern einer dieser beiden Zahlen und addiert 9 zu der so entstandenen Zahl, dann erhält man die andere Zahl des Paares. (Ein solches Paar ist z.B. (25; 61); denn es gilt 52 + 9 = 61 und 16 + 9 = 25.)

Ermittle alle zweistelligen Zahlen, die als Elemente solcher Paare auftreten können.

(6 P)

A u f g a b e n Klasse 8 2022/23 Serie 3 Seite 2

Hinweis: Entsteht beim Vertauschen der Ziffern eine mit 0 beginnende Ziffernfolge (etwa aus 30 die "03"), dann ist stattdessen für die weiteren Operationen die (einstellige) Zahl zu nehmen, die nach dem Streichen der 0 entsteht (in unserem Beispiel die "3").

[Bei der Lösung dieser Aufgabe sind ein Einzigkeitsnachweis und ein Existenznachweis erforderlich. Lies im Arbeitsmaterial für Klasse 7 den Abschnitt 1.5. Das Lösen von Bestimmungsaufgaben.]

4) Der ganzzahlige Nenner eines Bruches sei um 30 größer als sein ganzzahliger Zähler. Addiert man sowohl zum Zähler als auch zum Nenner jeweils die ganze Zahl a, dann erhält man den Kehrwert des Ausgangsbruches.

5) Berechne und vereinfache so weit wie möglich. Versuche vor allem, vorkommende Summen oder Differenzen in Faktoren zu zerlegen, um dann kürzen zu können. Das Auflösen der Klammern führt hier nicht zum Ziel. Achte dabei auf Rechenvorteile.

a)
$$\frac{(7a+7b)(6a^2-6b^2)}{(3a^2+6ab+3b^2)(14a-14b)} = \dots$$

b)
$$\left(\frac{x+y}{2x-3y} - \frac{x+y}{2x+3y}\right) : \frac{3x^2-3y^2}{4x^2-9y^2} = \dots$$
 (6 P)

[Lies dazu im "Arbeitsmaterial" im Abschnitt 4.3. (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) den "Satz", den "Beweis" und die "Beispiele". Beachte dabei vor allem das Umwandeln von Summen in Produkte durch Ausklammern und Anwenden der binomischen Formeln.]