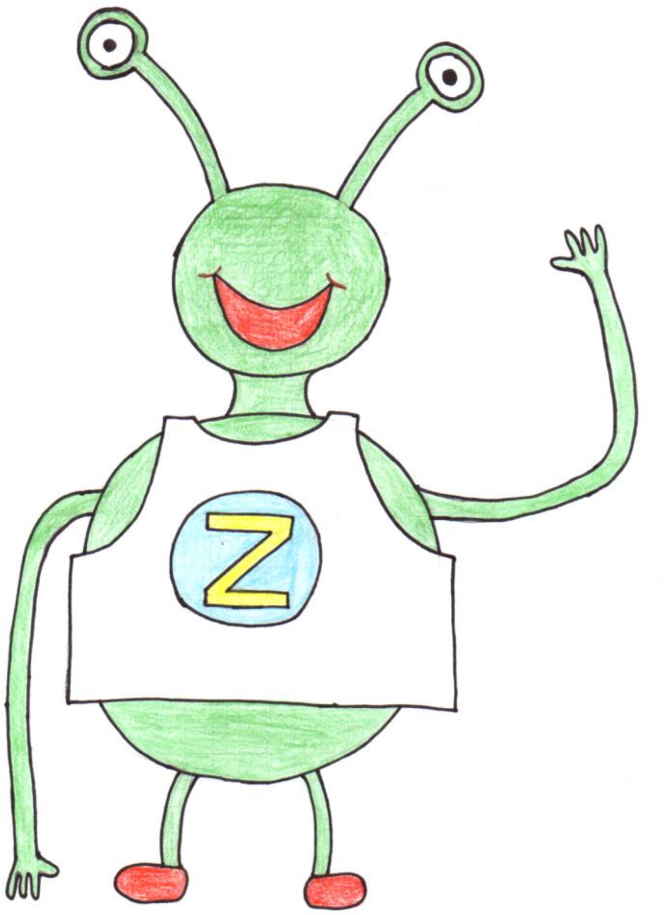
Materialien und Hinweise für die Hand des Lehrers



Vorwort

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

vielen Dank für Ihr Engagement und Ihre Bereitschaft, mathematisch begabte Kinder besonders zu fördern und sie auf einem Stück ihres Lebensweges zu begleiten.

Die vorliegenden Materialien wurden mit dem Anliegen verfasst, Sie bei der Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung einer Arbeitsgemeinschaft zu unterstützen und die Nutzung der Arbeitsblätter zu erleichtern.
Sie sind in 18 Abschnitte untergliedert. Die ersten 16 Abschnitte wenden sich jeweils einem Arbeitsblatt zu. Der 17. Abschnitt enthält Arbeitsblätter, die nach Schwierigkeitsgrad neu zusammengestellte Aufgaben der ursprünglichen Reihe enthalten. Der letzte Abschnitt enthält einige zusätzliche Materialien, die die Organisation einer Arbeitsgemeinschaft erleichtern sollen.

Zu jedem Arbeitsblatt finden sich (in dieser Reihenfolge):

1. Ein „ausgefülltes“ Exemplar, das ein schnelles Einsehen der Lösungen ermöglichen soll
2. Ausführliche Lösungswege (kursiv gedruckt, Ergebnis fett gedruckt) mit Analyse von Schwierigkeitsgrad und Problemgehalt sowie didaktischen Hinweisen und Anregungen
3. Kopiervorlagen für Anschauungsmittel u.ä.

Im letzten Abschnitt finden Sie Kopiervorlagen für den Mathepass, der als Deckblatt des AG-Hefters dienen kann, für Urkunden sowie für einen Elternbrief zur Information für die Eltern potenzieller Teilnehmer einer Arbeitsgemeinschaft.

Für den Einsatz der Arbeitsblätter gibt es verschiedene Möglichkeiten. Konzipiert sind sie für die Nutzung als zusammenhängender Lehrgang und

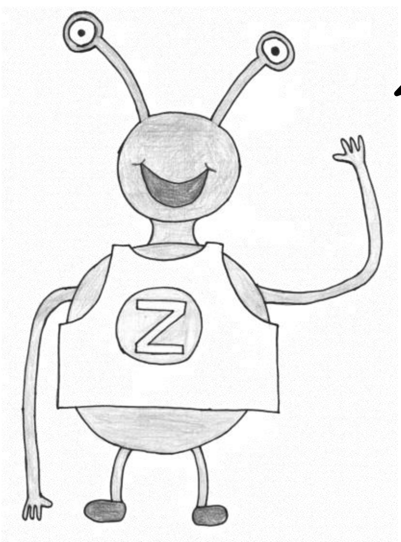
nehmen so jeweils etwa 90min in Anspruch. Jedoch kann je nach Gruppenstruktur, mathematischen Vorkenntnissen und aufgrund des variierenden Schwierigkeitsgrades der Aufgaben auch mehr oder weniger Zeit benötigt werden.
Allerdings lassen sich die Aufgaben auch im (Förder-) Unterricht einsetzen, wobei manche Aufgaben mit etwas Hilfestellung durch die Lehrer auch für Kinder geeignet sind, denen das Mathematiklernen schwerer fällt (Zusätzliche Arbeitsblätter 1 - 4). Zudem wurden besonders schwierige Aufgaben zusammengestellt (Zusätzliche Arbeitsblätter 5 und 6).

Es wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit ausschließlich die männliche Form benutzt. Es können dabei aber sowohl männliche als auch weibliche Personen gemeint sein.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Schülern gutes Gelingen.

Chemnitz, Januar 2019 Vivien Thurner

Hallo Freunde!!!
Ich heiße Zahlo und komme vom Planeten Mathematica. Ich wurde auf die Erde geschickt in der Mission, den Kindern die Mathematik näher zu bringen. Familie Wagner hat mich bei sich aufgenommen. Herr und Frau Wagner, ihre Kinder Mia und Max werden euch zusammen mit mir durch knifflige Rätsel und Knobelaufgaben führen. Viel Spaß und Erfolg!!!



Euch erwarten 16 Arbeitsblätter mit verschiedenen Aufgaben. Einige Aufgaben sind mit einem Sternchen hinter der Aufgabennummer versehen. Diese löst ihr bitte sauber auf einem Extrablatt. Die anderen Aufgaben könnt ihr direkt auf dem Aufgabenzettel erledigen. Tipp: Ein zusätzlicher „Schmierzettel“ für Nebenrechnungen und Notizen ist oft hilfreich. Ab und zu werde ich euch
einige meiner vielen Zahlenrätsel stellen. Auch diese werden auf einem Extrablatt ausgeknobelt.
Wenn ihr ein Arbeitsblatt geschafft habt, könnt ihr das entsprechende Feld auf eurem Mathepass ausmalen.
Auch wenn es mal schwer wird: Versucht immer zuerst, selbst auf die Lösung zu kommen. Wenn euch das nicht gelingt, könnt ihr euch auch mit euren Mitschülern austauschen und den Lehrer fragen.
Doch jetzt heißt es: 1, 2, 3, KNOBELfrei!

Arbeitsblatt 1

1) Mathe-Quiz – Wer kennt sich aus?

Kreise jeweils die richtige Lösung ein. Die Lösungsbuchstaben ergeben, in die richtige Reihenfolge gebracht, ein Lösungswort. Wenn zu einer Frage keine der Antworten passt, setze „-“ in das Lösungswort ein.

1. Wie heißt die kleinste Zahl?
   a) Null B) Eins c) Hundert
2. Wie heißt das Ergebnis der Addition?
   r) Summand S) Summe t) Subtrahend
3. Wie viele Geraden lassen sich durch einen Punkt zeichnen?
   n) eine O) fünf p) beliebig viele
4. Wie heißt das Vervielfachen von Zahlen?
   y) addieren Z) teilen a) multiplizieren
5. Wie viele cm entsprechen einem Meter?
   t) 100 U) 1000 v) 10
6. Wer war ein alter deutscher Rechenmeister aus dem 16. Jahrhundert?
   c) N. Kopernikus D) A. Einstein e) A. Ries
7. Was ist am schwersten?
   a) 1kg Eisen B) 1kg Zucker c) 1kg Federn
   Alle drei sind gleich schwer. → -
8. Beim Sportfest sprang Mia 2,75m weit. Das waren 25cm weniger als ihr Bruder. Wie weit sprang Max?
   f) 2,50m G) 2,25m h) 3m
9. Wie heißt der Vorgänger von x?
   l) x – x M) x – 1 n) x + x
10. Wie viele Dreiecke entstehen durch 2 Diagonalen im Quadrat?
   ö) 4 Ü) 6 ß) 8

Das Lösungswort lautet: *Mathe-Spaß*

2) *

Mit welchen Zahlen kann man die Leerstelle füllen, sodass die Ungleichung erfüllt ist?

$49 > 8 \cdot \square > 31$

Mögliche Zahlen: 4; 5; 6

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 1

Das Dreizehnfache meiner Zahl liegt zwischen 79 und 97.
Wie lautet meine Zahl?

Die Zahl lautet 7.

3) *

Für 45€ erhält der Hort an Max' und Mias Schule 5 gleiche Spiele.
Wie viele dieser Spiele könnte der Hort dann für 72€ kaufen?

Der Hort kann 8 Spiele kaufen.

4) *

Schreibe alle Möglichkeiten auf, wie du einen 10€-Schein wechseln kannst. Dafür stehen dir ausreichend 1€-Münzen, 2€-Münzen und 5€-Scheine zur Verfügung. Du musst aber nicht immer alle Sorten von Münzen bzw. Scheinen verwenden.

5€	2€	1€
2	0	0
1	2	1
1	1	3
1	0	5
0	5	0

5€	2€	1€
0	4	2
0	3	4
0	2	6
0	1	8
0	0	10

5) *

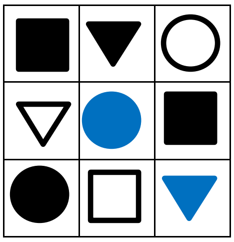
Eine Maschine gießt in 2h 800 Tafeln Schokolade.

Für wie viele Chocolatiers verrichtet diese Maschine die Arbeit, wenn ein Chocolatier in der Stunde 20 Tafeln schafft?

Sie arbeitet für 20 Chocolatiers.

6)

Welche Figuren fehlen? Begründe.



In jeder Zeile und jeder Spalte befinden sich ein Kreis, ein Dreieck und ein Quadrat. In jeder Zeile und jeder Spalte befinden sich zwei ausgefüllte und eine unausgefüllte Figur.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 1

1) Um das Lösungswort zu finden, kann es hilfreich sein, die Lösungsbuchstaben und -zeichen zunächst ungeordnet auf ein Extrablatt bzw. an die Tafel zu schreiben und dann die Reihenfolge der Buchstaben zu ermitteln.

   1. Da in der Grundschule fast ausschließlich mit nichtnegativen Zahlen gerechnet wird, ist hier a – „Null" auszuwählen. Jedoch befassen sich insbesondere mathematisch interessiere Kinder oft auch schon eher mit der Thematik der negativen Zahlen. Daher ist durchaus mit dahingehenden Fragen bzw. Anmerkungen zu rechnen.

   2., 4. Dies ist Vokabular, das in der 2. Klasse erarbeitet wird und hier gefestigt bzw. wiederholt werden kann.

   3. Die meisten Kinder verstehen die Lösung sehr schnell. Sollten Probleme auftreten, kann die Situation einfach an die Tafel gezeichnet werden.

   5. Der Zusammenhang 1m = 100cm wird in Klasse 2 erarbeitet. Sollten die Kinder dies vergessen haben, kann ein Tafellineal zur Veranschaulichung genutzt werden.

   6. Da vielen Schülern die drei Wissenschaftler noch nicht bekannt sein werden, empfiehlt es sich, in der Auswertung Bilder von ihnen zu zeigen (→KV 1.1.1; 1.1.2; 1.1.3) und einige kurze Informationen zu geben, z.B.

      Nikolaus Kopernikus (1473 - 1543)

      - Mathematiker, Kartograf, Astronom
      - erkannte, dass sich die Planeten um die Sonne drehen (damals war die Ansicht weit verbreitet, dass sich die bekannten Himmelskörper, wie Sonne und Planeten, um die Erde drehen)

      Albert Einstein (1879 - 1955)

      - theoretischer Physiker
      - erhielt 1922 den Nobelpreis für Physik

Adam Ries (1492/93 - 1559)

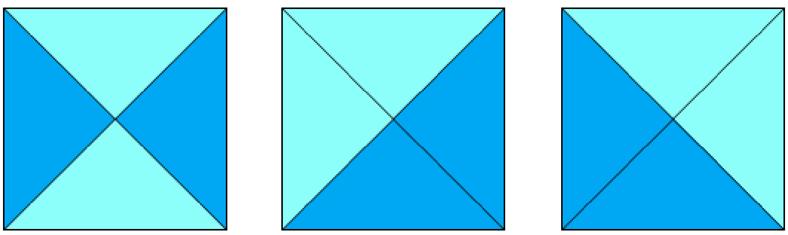
- alter deutscher Rechenmeister
- entwickelte den Abakus, verfasste bekannte Schriften

→ Hier kann ein Hinweis auf das Adam-Ries-Museum in Annaberg-Buchholz erfolgen.

7. Eventuell kann hier, je nach Rückfragen der Schüler, auf die unterschiedliche Dichte hingewiesen werden, obwohl diese erst in der 6. Klasse im Physikunterricht behandelt wird.
8. Hier ist genaues Lesen gefragt. Mathematisch sollte die Aufgabe aber keine Probleme darstellen.
9. Da i.d.R. der Gebrauch von Variablen den Schülern noch nicht geläufig ist, sollten Sie diesen ggf. an Beispielen erklären.
   Denkbar wäre z.B. folgendes Tafelbild oder ein ähnliches:

Zahl	*1*	*2*	*3…*	*12*	*13…*	*25*	*26…*	*x*
	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*	$\downarrow$ *-1*
Vorgänger	*0*	*1*	*2…*	*11*	*12…*	*24*	*25…*	*x - 1*

10. Wenn viele Schüler nicht auf die richtige Lösung gekommen sind, kann es hilfreich sein, wenn Sie in der Auswertung an der Tafel in einer Abbildung die Dreiecke färben (→KV 1.1.4). So wird den Schülern die neue Arbeitstechnik vorgestellt. Die Schüler können auch selbst färben (→KV 1.1.5). Die Figur wird dreimal benötigt.
    Die Lösungen lauten:



2) Bei dieser Aufgabe handelt es sich um ein Ungleichungssystem. Da nicht davon auszugehen ist, dass die Schüler wissen, wie diese algorithmisch zu lösen sind, ist systematisches Probieren ein geeigneter Lösungsweg.

Insbesondere die Drittklässler sind evtl. mit Ungleichungen noch nicht vertraut und benötigen daher mehr Erklärungen.

Wichtig ist zudem, dass nach mehreren Zahlen gesucht wird und alle Lösungen zu finden sind. Ob dies gelungen ist, kann geprüft werden, indem auch der Vorgänger der kleinsten gefundenen Lösung sowie der Nachfolger der größten gefundenen Lösung eingesetzt werden. Nur wenn diese selbst keine Lösungen sind, wurden alle Lösungen gefunden.

$49 > 8 \cdot 4 > 31$ → $49 > 32 > 31$ → *w. A.* → ***4** ist eine Lösung*

$49 > 8 \cdot 5 > 31$ → $49 > 40 > 31$ → *w. A.* → ***5** ist eine Lösung*

$49 > 8 \cdot 6 > 31$ → $49 > 48 > 31$ → *w. A.* → ***6** ist eine Lösung*

Nachweis, dass alle Lösungen gefunden wurden:

$49 > 8 \cdot 3 > 31$ → $49 > 24 > 31$ → *f. A.* → *3 ist nicht Lösung*

$49 > 8 \cdot 7 > 31$ → $49 > 48 > 31$ → *f. A.* → *7 ist nicht Lösung*

Fällt den Schülern das selbstständige Notieren schwer, können Sie eine Kopie zum Ausfüllen (→KV 1.2.1) ausgeben.

ZR1 Das Zahlenmaterial entspricht erst dem Niveau in der fortgeschrittenen Klasse 3. Daher benötigen manche Drittklässler u.U. Unterstützung bei der Lösung der Aufgabe. Auch hier handelt es sich um ein Ungleichungssystem, auch wenn dieses nicht formal notiert ist.

$79 < 13 \cdot x < 97$; $\mathbf{x = 7}$

Daher ist systematisches Probieren eine geeignete Lösungsstrategie (siehe 2)). Allerdings ist hier (im Gegensatz zu 2)) nur eine Zahl gesucht.

3) Diese Aufgabe beruht auf dem Dreisatz in einfacher Form. Zwar wird dieser erst im Mathematikunterricht der 6. Klasse behandelt. Doch auch für Grundschüler sind diese Aufgaben bereits zum Knobeln gut geeignet und daher auch in Mathematikbüchern vertreten.

Allerdings birgt die Aufgabe für Grundschüler noch eine weitere Hürde, da sie im Umgang mit Einheiten noch nicht hinreichend geschult sind (Das Kürzen von Einheiten wird erst im Physikunterricht der 6./7. Klasse gelehrt.). Hier muss also entweder ohne Einheiten gerechnet oder auf das Ergänzen zur Multiplikation anstelle der Division zurückgegriffen werden.

(Sp…Spiele)

Preis eines Spieles: *45€ : 5 Sp = 9€/Sp*

Anzahl der Spiele für 72€: *72€ : 9€/Sp =* ***8 Sp***

(bzw. 9€ „passen 8mal in" 72€)

4) Es ist empfehlenswert, die Schüler zunächst selbst probieren zu lassen. I.d.R. finden sie selbst nicht alle Lösungen. So wird bei den Schülern das Interesse geweckt, alle Lösungen zu kennen. In der Auswertung der Aufgabe kann dann die Tabelle als Mittel zum geordneten Notieren aller Lösungen eingeführt werden (→KV 1.4.1). Auch eine Möglichkeit der Systematisierung der Lösungen sollte gegeben werden, damit alle Lösungen sicher gefunden werden.

5) Falls den Schülern das französische Wort Chocolatier nicht bekannt ist, sollte dieses erklärt werden. Ein Chocolatier ist meist ein Konditor, der von Hand Schokoladenprodukte herstellt.
Auch diese Aufgabe beruht auf dem Dreisatz (siehe 3)). Hier lohnt sich insbesondere das Weglassen der Einheiten beim Rechnen.

(T…Tafeln; Ch…Chocolatiers)

Anzahl Maschinentafeln pro Stunde: 800 T : 2h = 400 T/h

Anzahl ersetzter Chocolatiers: 400 T/h : 20 T/(h · Ch) = ***20 Ch***

6) Eine mündliche Begründung soll zunächst genügen.

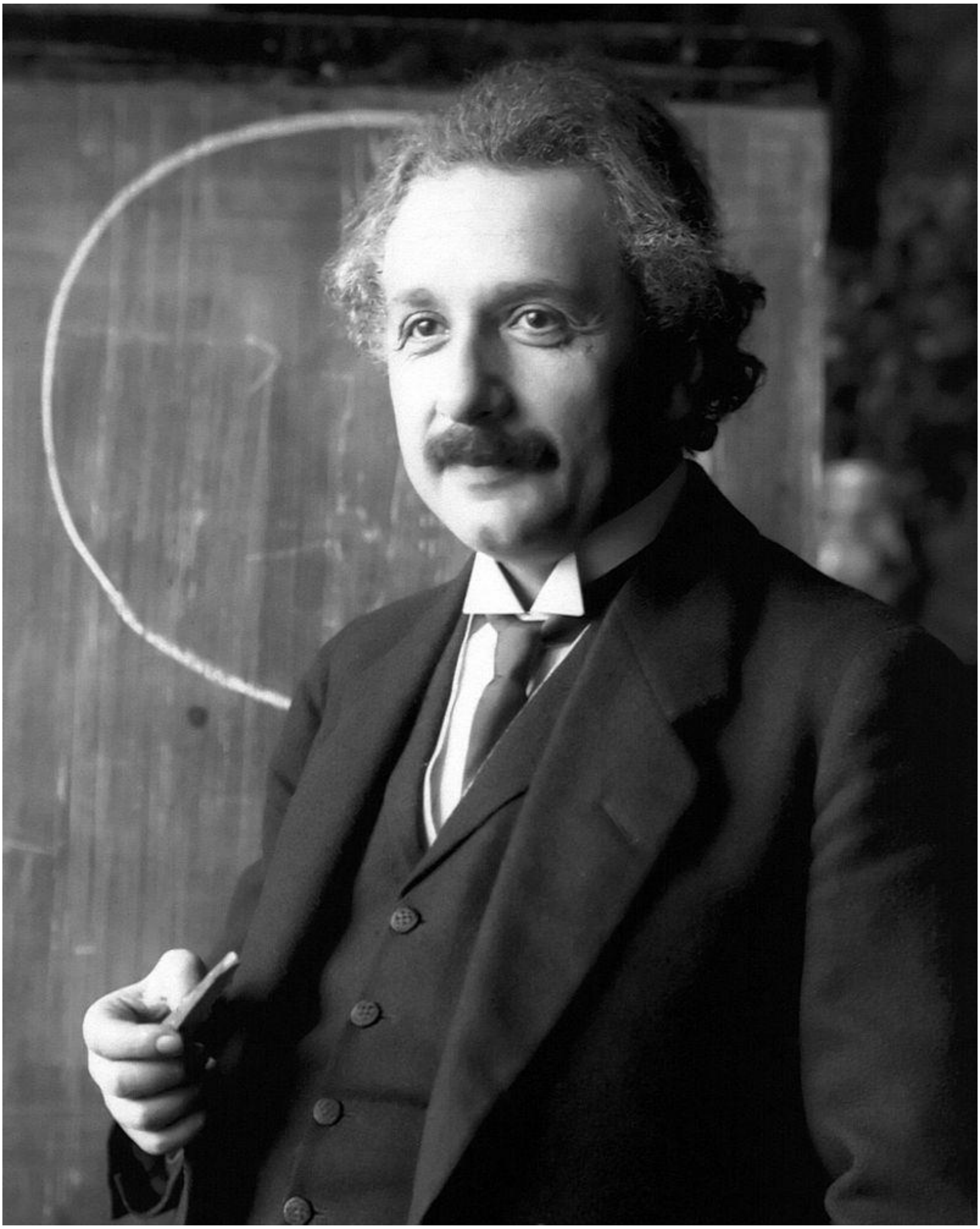
<u>Anregung für eine Hausaufgabe</u>

Bezug nehmend auf Aufgabe 1), können die Kinder über einen Mathematiker oder Wissenschaftler ihrer Wahl einen kleinen Steckbrief anfertigen (z.B. Name, Lebensdaten, Fachgebiet(e), Besonderes, Bild). In der nächsten AG-Stunde können diese dann vorgestellt und ggf. im Klassenzimmer an einer Wandzeitung ausgestellt werden.

1.1.1

Nikolaus Kopernikus

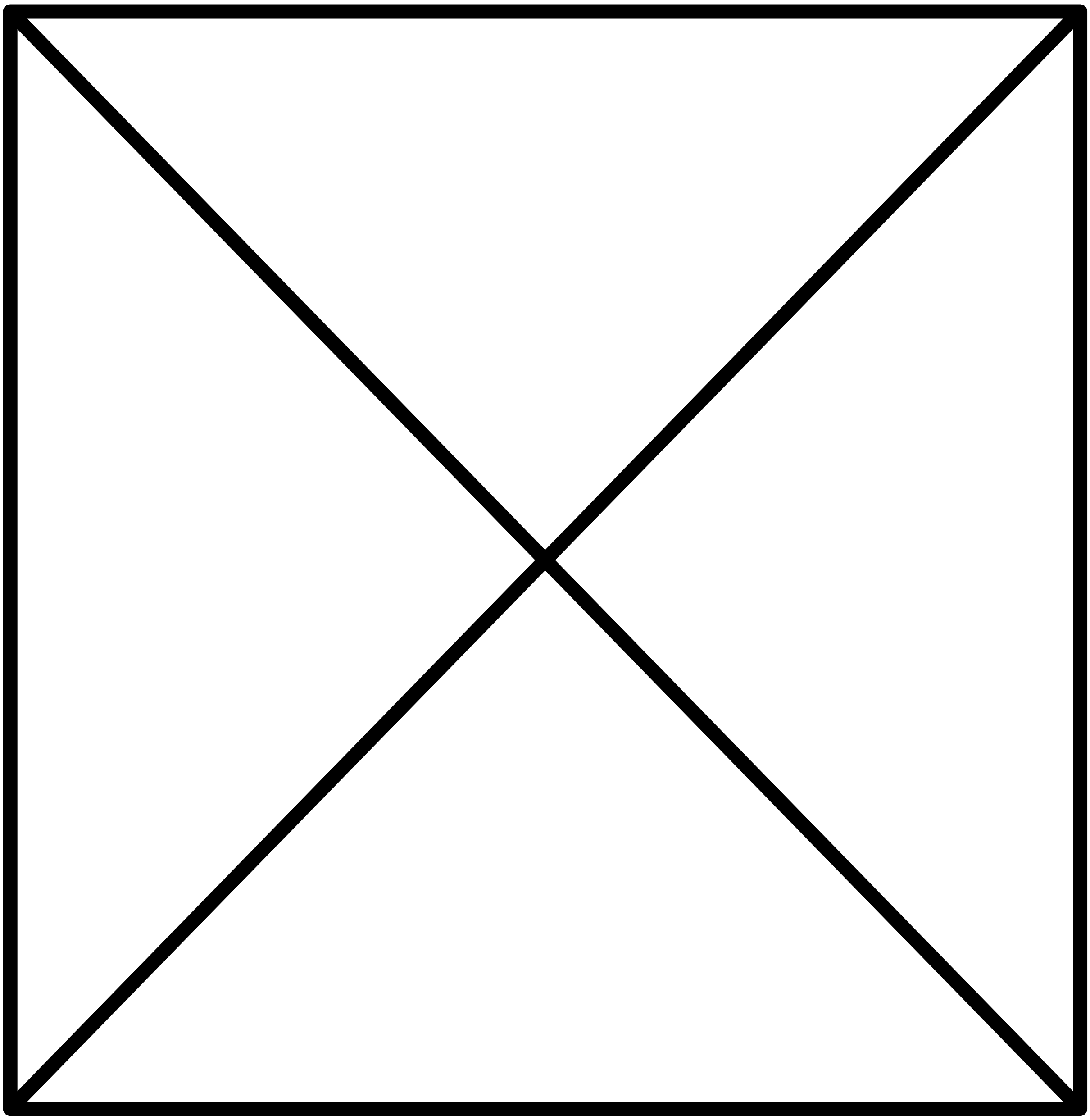
1.1.2



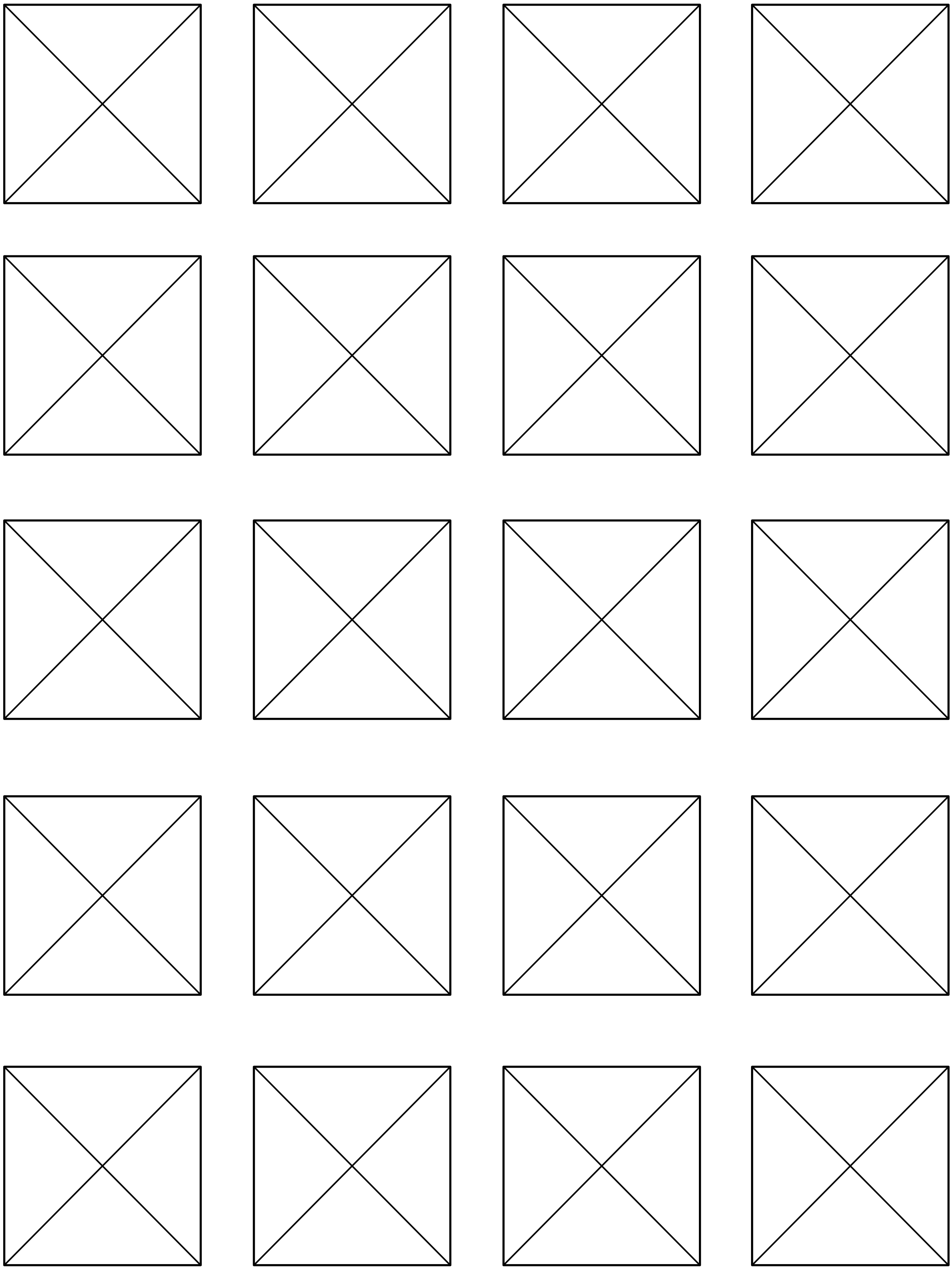
Albert Einstein

Adam Ries

1.1.4



1.1.5



1.2.1

Zahl	Ungleichung	wahr/falsch
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	

Zahl	Ungleichung	wahr/falsch
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	
	$49 > 8 \cdot \square > 31$	

1.4.1

5€	2€	1€

5€	2€	1€

5€	2€	1€

5€	2€	1€

Arbeitsblatt 2

1)

Max sollte die folgenden Zahlen der Größe nach ordnen, doch Zahlo hat Tinte auf die Zahlen gekleckst, sodass einige Ziffern nicht mehr lesbar sind.

Hilf Max, die Zahlen trotzdem zu ordnen, beginne mit der kleinsten Zahl.

3✸	89✸	✸1✸3	83	41	✸	4✸9
2.	6.	7.	4.	3.	1.	5.

2) *

Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Zahlen. A und B sind voneinander verschieden.

Ermittle A und B.

A	+	A	=	B		$A = 2; B = 4$
+		·		-		
A	·	A	=	B		
=		=		=		
B	-	B	=	0		

3) *

Jan springt 1,15m hoch, Simon 950mm, Georg überspringt die 1m-Marke um 5cm und Paul hätte noch einen halben Meter höher springen müssen, um den Schulrekord von 1,46m zu erreichen.

Gib die Sprunghöhen der Jungen und ihre jeweilige Platzierung an.

1.	Jan	1,15m	=	115cm	=	1m 15cm
2.	Georg	1,05m	=	105cm	=	1m 5cm
3.	Paul	0,96m	=	96cm	=	0m 96cm
4.	Simon	0,95m	=	95cm	=	0m 95cm

4) *

Zahlo fragt den Landwirt im Ort, wie viele Tiere er habe.
Er antwortet: „Es sind alles Pferde, bis auf vier. Es sind alles Schafe, bis auf vier. Es sind alles Rinder, bis auf vier."
Wie viele Pferde, Schafe und Rinder besitzt der Landwirt?

Der Landwirt besitzt 2 Pferde, 2 Schafe und 2 Rinder.

5)

Fülle die Leerstellen in den Zahlenfolgen. Welche Gesetzmäßigkeiten liegen jeweils zugrunde?

a) 2 5 8 11 *14* *17* *20* 23

Es wird stets 3 addiert.

b) 4 *9* 14 19 24 *29* *34* 39

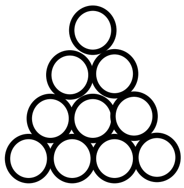
Es wird stets 5 addiert.

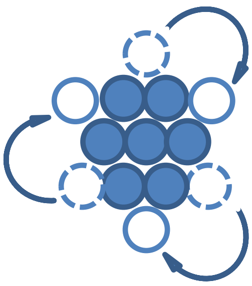
c) 2 5 11 *23* 47 95 *191* 383

Es wird zuerst 3 addiert und dann immer das Doppelte der Zahl, die zuvor addiert wurde. ODER Jede Zahl ist um 1 größer als das Doppelte der vorherigen Zahl.

6) *

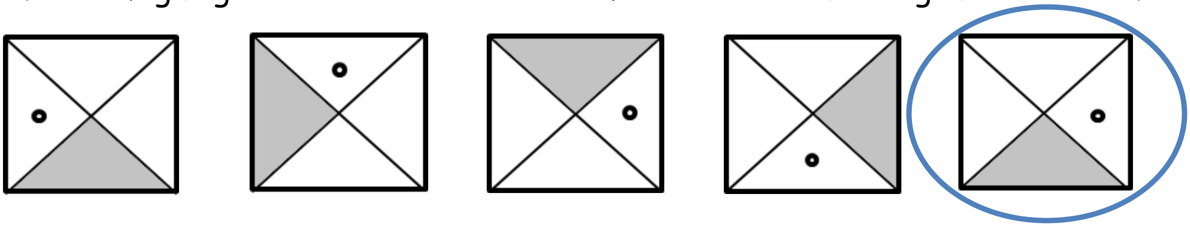
Max bietet Mia eine Wette an: „Die Spitze dieses Dreiecks aus 1ct-Münzen zeigt nach oben. Wenn du es schaffst, einige Münzen so umzulegen, dass die Spitze nach unten zeigt, gehören die 10ct dir. Aber Vorsicht: Du darfst nicht mehr Münzen als nötig benutzen."
Wie kann Mia gewinnen?





7)

Welche Figur gehört nicht in die Reihe? Kreise sie ein und begründe deine Wahl.



Die anderen Figuren ergeben aus der jeweils vorhergehenden Figur durch Drehung um 90° im Uhrzeigersinn (in mathematisch negativer Richtung).

8) *

In Max' und Mias Schule wurde die neue Schulbibliothek mit 360 Büchern eingeweiht. Schon nach wenigen Tagen waren viele Bücher ausgeliehen. Alle Bibliotheksbesucher nahmen mindestens ein Buch mit. Die Hälfte von ihnen nahm zwei Bücher mit. Niemand nahm drei oder mehr Bücher mit.
Wie viele Besucher waren bereits in der Bibliothek, wenn nur noch der Dritte Teil des Buchbestandes in der Bibliothek steht?
Es waren bereits 160 Besucher in der Bibliothek.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 2

1) Diese Aufgabe nimmt Bezug auf das dekadische Positionssystem. Die Zahlen können zunächst durch ihre Stellenanzahl vorsortiert werden, da Zahlen mit mehr Stellen zwangsläufig größer sind als jene mit weniger Stellen. Anschließend können die Zahlen gleicher Stellenzahl untereinander sortiert werden, da die hierfür notwendigen ersten Stellen (Hunderter bzw. Zehner) jeweils angegeben sind.

Einstellig: □

Zweistellig: 3□ 41 83

Dreistellig: 4□9 89□

Vierstellig: □1□3

2) Probieren führt hier schnell zur Lösung, zumal Grundschüler i.A. noch nicht mit dem Umformen von Gleichungen vertraut sind. Die Aussage „A und B sind verschieden." ($A \neq B$) schließt $A = B = 0$ aus. Idealerweise sollten die Kinder begründen, dass es keine weiteren Lösungen geben kann.

3) Um die Sprunghöhen der vier Jungen vergleichen zu können, muss zwischen den verschiedenen Einheiten der Länge umgerechnet werden, die Angaben müssen in eine einheitliche Schreibweise gebracht werden. Eine Tabelle, in der Name, Sprunghöhe (ggf. mit Rechnung) und Platz stehen, ist ein gutes Mittel zur Lösungsfindung und –darstellung.

4) Wenn keine oder nur wenige Schüler auf die Lösung kommen, kann bei ausreichender Schüleranzahl die Aufgabe mit einem Rollenspiel veranschaulicht werden oder die Tiere auf der Kopiervorlage (→KV 2.4.1) werden ausgeschnitten und laminiert und die Kinder probieren damit. Wichtig ist, dass die Kinder zu der Erkenntnis gelangen, dass von jeder Tierart gleichviele Exemplare vorhanden sein müssen. Dann lässt sich die jeweilige Anzahl schnell ermitteln.

Die Gesamtzahl der Tiere ist konstant. Wenn also von jeder Tierart die Gesamtzahl abzüglich 4 Tiere vorhanden ist, dann sind von jeder Tierart gleich viele Tiere vorhanden. Da stets von zwei Tierarten zusammen 4 Tiere vorhanden sind, muss es je zwei Schafe, Pferde und Rinder geben.

Oftmals „sehen" die Kinder die Lösung, haben jedoch Probleme bei der Begründung. Für diesen Fall, oder sollten doch große Verständnisprobleme auftreten, kann der nachfolgende, streng analytische Lösungsweg hilfreich sein: das systematische Abarbeiten der Bedingungen und das Abgleichen der Möglichkeiten:

(S/s...Schafe, R/r...Rinder, P/p...Pferde; Großbuchstaben stehen für eine unbekannte Anzahl von Tieren der Art, Kleinbuchstaben stehen jeweils für genau ein Individuum der Art)

I	*S r p p p*	*S r r p p*	*S r r r p*
II	*R s p p p*	*R s s p p*	*R s s s p*
III	*P s r r r*	*P s s r r*	*P s s s r*

Die gleichfarbig markierten Möglichkeiten gehören zusammen. Es stellt sich also heraus, dass wenn eine Tierart dreimal vorkommt (Mehr als dreimal ist nicht möglich, weil das bedeuten würde, dass eine Tierart gar nicht vorkommt.), die beiden anderen Tierarten je einmal vorkommen. Das steht aber im Widerspruch mit der Aufgabenstellung, da für die „häufige" Tierart dann gelten würde, dass es sich um alle Tiere außer 2 handelt. Es bleibt also nur die Möglichkeit übrig, dass es ***je zwei Tiere*** *gibt (siehe mittlere Spalte).*

5) Eine mündliche Formulierung der Bildungsvorschrift der Zahlenfolgen soll hier genügen. Die Rekursionsformeln lauten (auch wenn diese den Schülern selbstverständlich nicht abzuverlangen sind):

a) $a_{n+1} = a_n + 3;\ a_1 = 2$

b) $a_{n+1} = a_n + 5;\ a_1 = 4$

c) $a_{n+1} = 2 \cdot a_n + 1;\ a_1 = 2$

Um die Bildungsvorschrift zu finden, ist es sinnvoll, die Zahlenfolgen in großer Schrift abzuschreiben und Pfeile zwischen die einzelnen Glieder zu zeichnen, die mit einem möglichen erfolgten Rechenschritt beschriftet sind, z. B.:

$2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{+3} 11 \quad \dots$

Alternativ kann dies aber auch direkt auf dem Blatt erfolgen, am besten mit Bleistift.

Die Teilaufgabe c) fällt den Schüler i.d.R. am schwersten.

6) Wenn keine oder nur wenige Schüler auf die richtige Lösung kommen, kann das Problem mit runden Tafelmagneten veranschaulicht werden. Es ist auch möglich, dass die Schüler gemeinsam bzw. in Gruppen an der Tafel knobeln und sich so gegenseitig austauschen.

7) Eine mündliche Begründung soll genügen.

8) Diese Aufgabe fällt den Schüler erfahrungsgemäß besonders schwer. Sie sollten daher insbesondere bei dieser Aufgabe zu einer Probe angehalten werden, um evtl. ihren Fehler zu entdecken.

Verbliebene Bücher: $360 : 3 = 120$

Ausgeliehene Bücher: $360 - 120 = 240$

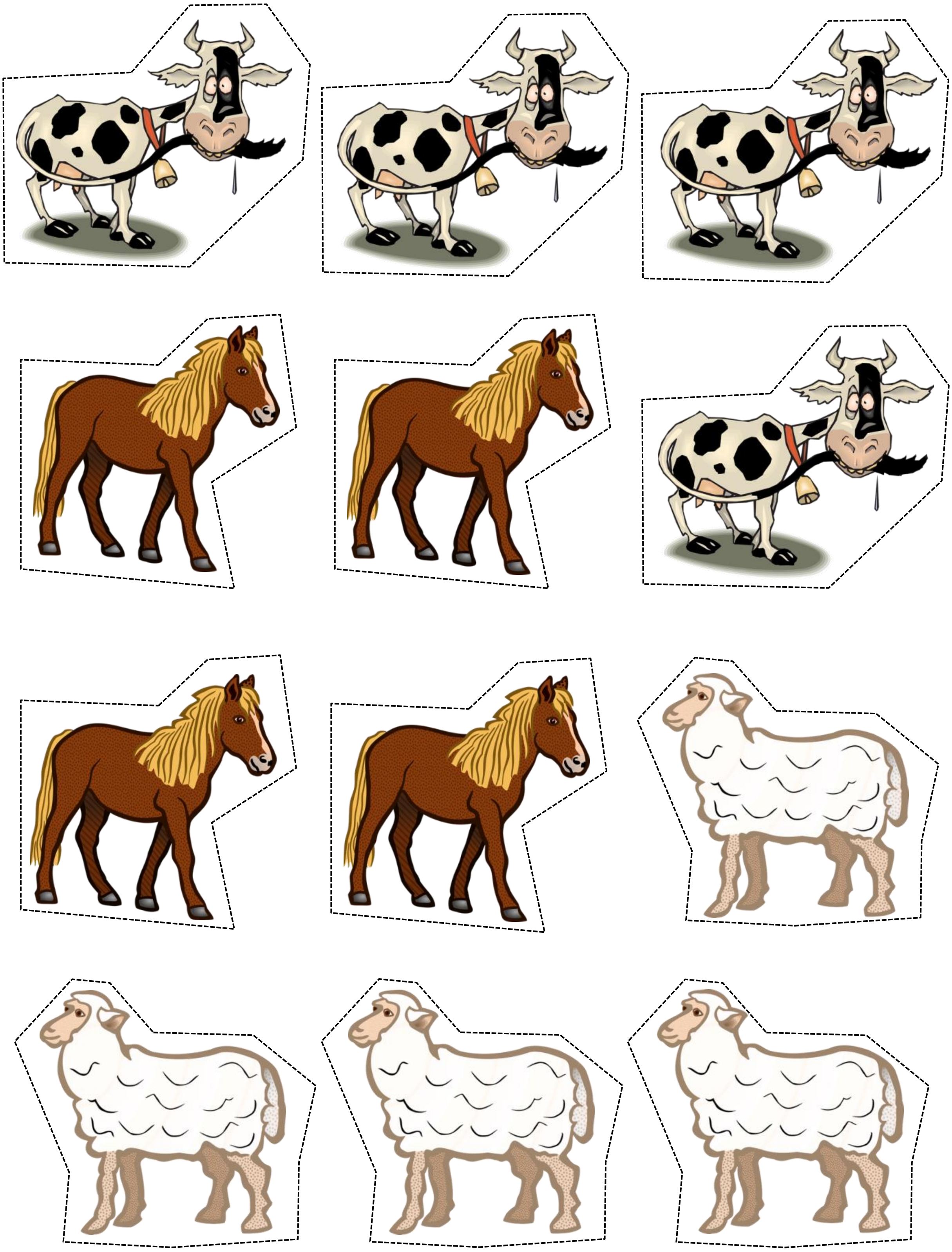
Da jeweils die Hälfte aller Besucher 1 bzw. 2 Bücher mitgenommen hat, ergibt sich, dass pro 2 Besucher 3 Bücher mitgenommen wurden. Man kann sich also vorstellen, dass jeweils eine Person, die ein Buch mitgenommen hat, und eine Person, die zwei Bücher mitgenommen hat, gemeinsam in der Bibliothek waren.

Anzahl der Besucherpaare: $240 : 3 = 80$

Anzahl der Besucher: $80 \cdot 2 = \mathbf{160}$

Mitunter fällt es den Kindern, insbesondere in diesem frühen Stadium, schwer, die Aufgabe vollständig analytisch zu lösen. Nach der rechnerischen Ermittlung der Anzahl der ausgeliehenen Bücher kann die Besucherzahl auch durch systematisches Probieren gelöst werden.

2.4.1



Arbeitsblatt 3

1) *

Jeder von 4 Brüdern in der Familie sagt: „Ich habe zwei Schwestern."
Wie viele Kinder gehören zur Familie?
Zur Familie gehören 6 Kinder.

2) *

Max fährt mit dem Fahrrad zur Schule. Um 7.45 Uhr hat er die halbe Strecke zurückgelegt. Der Unterricht beginnt um 8 Uhr. Wenn er mit unveränderter Geschwindigkeit weiterfährt, ist er 5min vorher da.

a) Wie lange braucht Max insgesamt mit dem Fahrrad zur Schule?
Max braucht 20 min zur Schule.

b) Wann ist er zuhause losgefahren?
Er ist um 7.35 Uhr losgefahren.

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 2

Meine Zahl ist größer als 100. Das Doppelte meiner Zahl ist kleiner als 300. Der Zehner meiner Zahl ist das Doppelte des Hunderters. Der Einer ist um 5 größer als der Zehner.

Wie lautet meine Zahl? Kann es mehrere Zahlen geben?

Die Zahl lautet 127. Es kann keine weiteren Zahlen geben.

3) *

Wie viele verschiedene vierstellige gerade Zahlen kann Zahlo aus den Ziffern 3, 4, 5 und 6 bilden, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?

Er kann 12 Zahlen bilden:

3456; 3546; 4356; 4536; 5346; 5436; 3564; 3654; 5364; 5634; 6354; 6534

4) *

Vier Mädchen sollen sich der Größe nach aufstellen, beginnend mit der Kleinsten. Es ist bekannt:

(a) Anne ist kleiner als Bianca.

(b) Diana ist kleiner als Charlotte.

(c) Bianca ist kleiner als Diana.

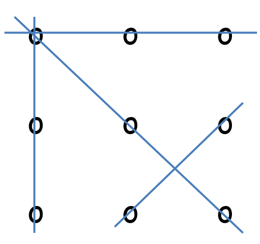
(d) Charlotte ist größer als Anne.

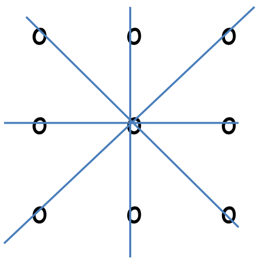
In welcher Reihenfolge müssen sie sich aufstellen? Brauchst du alle vier Aussagen, um dies herauszufinden?

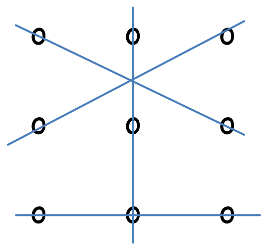
Aussage (d) ist überflüssig. Die Mädchen müssen sich in folgender Reihenfolge aufstellen: Anne Bianca Diana Charlotte

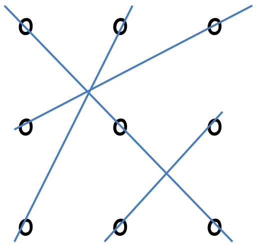
5)

Zeichne vier Geraden so, dass jeder der neun Punkte auf mindestens einer Geraden liegt und keine der Geraden zu einer anderen parallel ist. Finde drei verschiedene Möglichkeiten.









6) *

Zahlo macht ein Familienfoto von den Wagners. Dazu sitzen Mia, Max, Herr und Frau Wagner nebeneinander auf dem Sofa. Herr Wagner sitzt direkt neben Max, aber nicht neben Mia. Mia sitzt nicht neben ihrer Mutter.

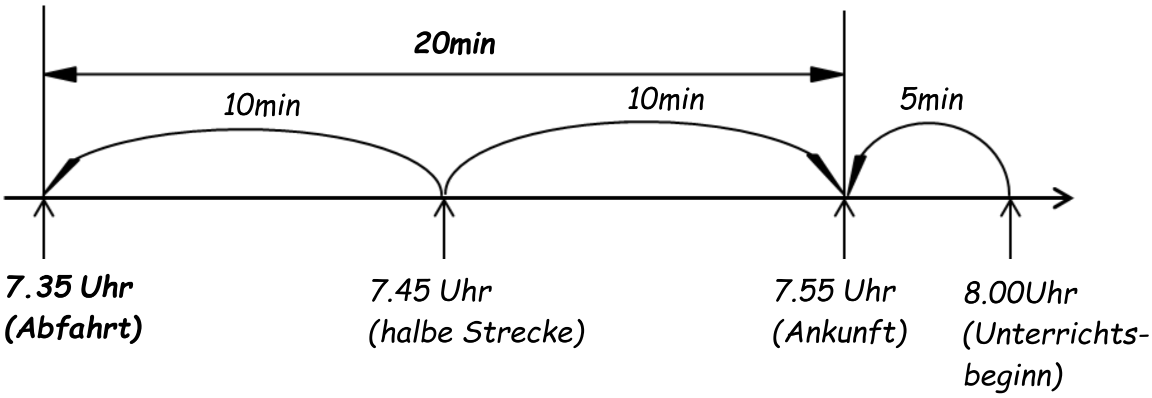
Wer sitzt neben Frau Wagner?

Herr Wagner sitzt neben Frau Wagner.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 3

1) Bei ausreichender Schülerzahl kann das Problem mittels eines Rollenspiels verdeutlicht werden. Ansonsten können z.B. Strichmännchen an die Tafel gemalt oder Bilder von Jungen und Mädchen (→KV 3.1.1/8.3.1) benutzt werden. Wichtig ist bei dieser Aufgabe, dass die Schüler verstehen, dass die Anzahl der Schwestern nur einmal zu den Brüdern addiert werden muss, da alle Brüder dieselben Schwestern haben.
*4 Brüder + 2 Schwestern = **6 Kinder***

2) Zur Lösungsfindung bzw. –darstellung eignet sich hier ein Pfeilbild. Hierzu ein Vorschlag (Skizze nicht maßstäblich):



ZR2 *H…Hunderter Z…Zehner E…Einer*
Aus den ersten beiden Angaben folgt, dass die Zahl (x) zwischen 100 und 150 liegen muss (100 < x < 150), also H = 1.
Z = 2 · H = 2 E = Z + 5 = 7
*Die Zahl lautet **127**. Es kann keine weiteren Lösungen geben.*

3) Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Permutation von 4 Elementen mit Zusatzbedingung.
U.U. benötigen insbesondere die Drittklässler Anleitung, um die Aufgabe zu verstehen. Die Schüler können die Aufgabe z.B. lösen, indem sie alle möglichen Zahlen geordnet aufschreiben. Dabei ist auf Vollständigkeit zu

überprüfen oder gemeinsam (mit einer durch den Lehrer vorgegebenen Systematik) an der Tafel zu arbeiten.

4) Die Schüler sollten bei der „überflüssigen" Aussage dazu angehalten werden, zu überprüfen, ob diese der gefundenen Lösung widerspricht. Wenn ja, ist die Lösung zu überprüfen, ggf. hat das Logical keine Lösung. Dies ist zwar bei keinem der Logicals auf den Arbeitsblättern der Fall, könnte jedoch bei Logicals, die die Schüler später einmal lösen, durchaus der Fall sein. Zur Veranschaulichung können Namenskärtchen (→KV 3.4.1) an die Tafel geheftet werden, die dann den Aussagen entsprechend angeordnet werden.

5) Bei dieser Aufgabe ist es besonders wichtig, den Schülern zu verdeutlichen, dass Spiegelung und Drehung einer Lösung nicht zu einer neuen Lösung führen. Damit einander gegenseitig die Lösungen vorgestellt werden können, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Man kann die Punkte und Geraden an die Tafel oder auf eine Tafelfolie zeichnen. Es können aber auch die Punkte auf eine Folie kopiert werden (→KV 3.5.1) und per Polylux an die Wand projiziert werden. In der Auswertung werden die Geraden (mit abwischbaren Stiften) dann „live" auf die Folie gezeichnet. Dies kann auch durch die Schüler geschehen. Wenn kein Polylux zur Verfügung steht, können auch die Punkte (→KV 3.5.2) ausgedruckt und laminiert an die Tafel geheftet werden. Auch so lassen sich mit Foliestift Lösungen eintragen (und danach wieder abwischen). Um den Schülern noch mehr Punktegitter zum Ausprobieren verschiedener Lösungsideen zur Verfügung zu stellen, können auch weitere Punkteraster ausgedruckt, ausgeschnitten und verteilt werden. Die Schüler können das Punkteraster aber auch in ihren AG-Hefter abzeichnen.

6) *Aus den Angaben folgt als Sitzreihenfolge (von Zahlo aus gesehen):*
Fr. Wagner – Hr. Wagner – Max – Mia bzw.
Mia – Max – Hr. Wagner – Fr. Wagner

Auch hier kann ein Rollenspiel von Nutzen sein. Ansonsten kann die Veranschaulichung z.B. an der Tafel erfolgen, indem die Namenskärtchen (→KV 3.6.1) den Angaben entsprechend nebeneinander angeordnet werden. Um bei den Kindern einen höheren Lerneffekt zu erzielen, ist es aber auch sinnvoll, schon etwas abstrakter zu arbeiten als in Aufgabe 4). So können beispielsweise die Namen mit den Anfangsbuchstaben abgekürzt werden. Die Schüler sollten zunächst versuchen, selbst und nur unter Verwendung eigener Hilfsmittel auf die Lösung zu kommen.

Anregung für eine Hausaufgabe

Ausgehend von Aufgabe 5) können die Kinder angeregt werden, noch eine weitere Lösung zu finden.

3.4.1.

ANNE
BIANCA
CHARLOTTE
DIANA

3.5.1

O O O

O O O

O O O

3.5.2

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

3.6.1

HERR WAGNER	
FRAU WAGNER	
MAX	MIA

Arbeitsblatt 4

<u>1) *</u>

Max und seine Freunde sammelten 30€ für einen Ausflug. Einer brachte 9€ mit, die anderen je 3€.

Wie viele Kinder waren insgesamt an der Sammlung beteiligt?

Es waren 8 Schüler beteiligt.

<u>2) *</u>

Max' Leichtathletikclub veranstaltet einen großen Sprintwettbewerb. An einem Vorlauf nehmen dabei 8 Sportler teil. Die beiden Besten qualifizieren sich für den Endlauf, in dem wiederum 8 Sportler gegeneinander antreten.

Wie viele Läufer nehmen also insgesamt an der Vorrunde teil?

Es nehmen insgesamt 32 Läufer teil.

<u>3) *</u>

Bei einem Preisausschreiben in einer Zeitung konnten viele Kinder etwas gewinnen. Der erste Preis war ein Geldbetrag von 250€, der zweite Preis waren 100€ weniger als der erste. Der dritte Preis betrug die Hälfte des zweiten Preises. Außerdem wurden noch 7 Sonderpreise zu je 25€ vergeben.

Wie groß war der Gesamtwert aller Preise?

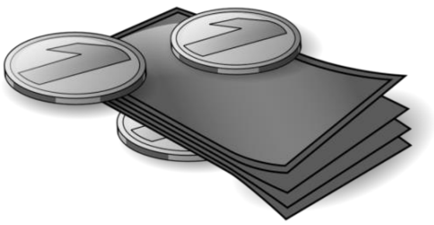
Der Gesamtwert aller Preise war 650€.

<u>4) *</u>

Familie Wagner bestellt in der Gaststätte dreimal Cola zu je 2,40€, ein Glas Apfelschorle für 3,25€, zwei Vorspeisen zu je 4,80€ und Hauptgerichte für insgesamt 52,56€.

Wie hoch war ihre Rechnung?

Ihre Rechnung betrug 72,61€.



5) *

Schreibe alle zwei- und alle dreistelligen Zahlen, die nur die 2 oder die 7 enthalten, der Größe nach geordnet auf. Dabei kann jede Ziffer auch mehrmals vorkommen.

Wie viele Zahlen sind es? Welche Zahlen sind es?

Es sind 12 Zahlen:

22; 27; 72; 77; 222; 227; 272; 277; 722; 727; 772; 777

6) *

Schreibe alle zweistelligen Zahlen auf, die man aus der 1, 2 und 3 bilden kann, wobei jede dieser Ziffern mehrfach auftreten darf.

11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33

7) *

Fünf Kinder haben sich zu einer Fahrradtour verabredet. Zuerst ist Julia am Treffpunkt. Paula kommt, als Tom und Sebastian schon da sind. Sebastian trifft vor Anna, aber später als Tom ein. Paula war eher da als Anna.

In welcher Reihenfolge kamen die Kinder zum Treffpunkt? Hast du alle Aussagen benötigt?

Die Reihenfolge ist: Julia - Tom - Sebastian - Paula - Anna

Die Aussage, dass Sebastian vor Anna eintrifft, ist überflüssig.

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 3

Ich habe eine Zahl aufgeschrieben. Dann subtrahiere ich 45 von dieser Zahl und addiere zum Ergebnis 133. Ich erhalte 325.

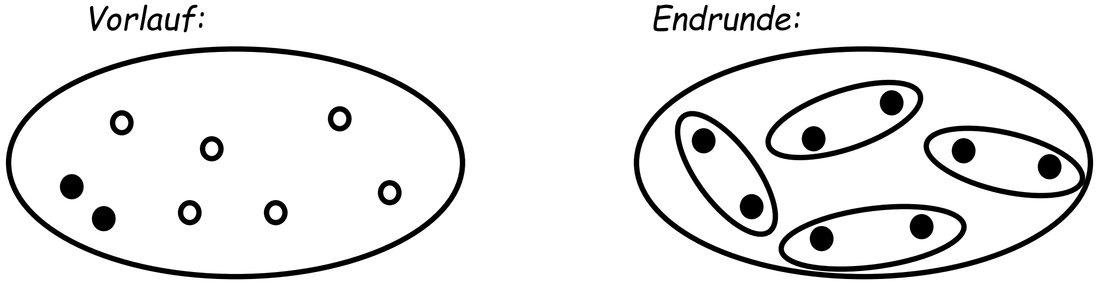
Welche Zahl habe ich aufgeschrieben?

Die Zahl 237.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 4

1) Es ist auf einen korrekten Umgang mit Einheiten zu achten.
30€ - 9€ = 21€ 21€ : 3€/Kind = 7 Kinder
*Folglich waren an der Sammlung 7 + 1 = **8 Kinder** beteiligt.*

2) *Anzahl der Vorrunden:* *8 Endläufer : 2 Endläufer/Vorlauf = 4 Vorläufe*
Anzahl der Starter: *4 Vorläufe · 8 Starter/Vorlauf = **32 Starter***
Zur Veranschaulichung des Problems für die Schüler eignet sich z.B. folgende Grafik:



3); 4) Diese Aufgaben könnten den Drittklässlern etwas schwerer fallen, wenn sie noch keine schriftliche Addition gelernt haben. Des Weiteren sollte darauf geachtet werden, dass die Schüler die Aufgabenstellung sorgfältig lesen und ihre eigenen Ergebnisse kontrollieren.

3)

1. Preis:					*250€*
2. Preis:	*250€*	-	*100€*	=	*150€*
3. Preis:	*150€*	:	*2*	=	*75€*
Sonderpreise:	*25€*	·	*7*	=	*175€*
Gesamt:					***650€***

4)

3 x Cola:	*3*	·	*2,40€*	=	*7,20€*
1 x Apfelschorle:					*3,25€*
2 x Vorspeise:	*2*	·	*4,80€*	=	*9,60€*
Hauptgerichte:					*52,56€*
Gesamt:					***72,61€***

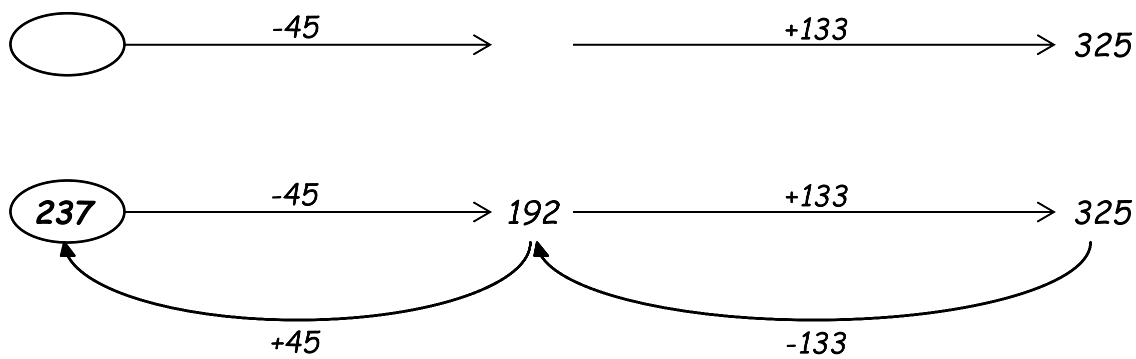
5); 6) Auch hier müssen die Schüler zum systematischen Aufschreiben (Am einfachsten ist es, die Zahlen der Größe nach von klein nach groß zu ordnen.) und einer sorgfältigen Arbeitsweise angehalten werden. Sollte ihnen das noch schwer fallen, kann die Aufgabe auch gemeinsam an der Tafel gelöst werden.

7) Die Schüler sollten bei der „überflüssigen" Aussage dazu angehalten werden, zu überprüfen, ob diese der gefundenen Lösung widerspricht. Wenn ja, ist die Lösung zu überprüfen, ggf. hat das Logical keine Lösung. Dies ist zwar bei keinem der Logicals auf den Arbeitsblättern der Fall, könnte jedoch bei Logicals, die die Schüler später einmal lösen, durchaus der Fall sein.

Gelingt es den Kindern nicht, selbst auf die Lösung zu kommen, können die Zahlen 1 bis 5 untereinander an die Tafel geschrieben werden und dann gemeinsam anhand der Aussagen die Namen der Kinder (→KV 4.7.1) mit Tafelmagneten hinter die jeweilige Position geheftet werden. Da jedoch bereits analoge Aufgaben (3/4, 3/6) aufgetreten sind, kann auch auf Wissen der Kinder aufgebaut werden, z.B. indem keine Namenskärtchen verwendet werden, sondern die Anfangsbuchstaben der Namen hinter die Ziffern geschrieben werden.

ZR3 Dies ist ein typisches Zahlenrätsel, das durch Rückwärtsrechnen gelöst werden kann.

Da diese Arbeitstechnik, besonders den Drittklässlern, wahrscheinlich nicht bekannt ist, eignet sich ein Pfeilbild zur Veranschaulichung, z.B.:



Anregung für eine Hausaufgabe

Ausgehend von Zahlos Zahlenrätsel Nr. 3 kann sich jedes Kind selbst ein Zahlenrätsel ausdenken und in der nächsten AG-Stunde den Mitschülern stellen. Viele Kinder stellen gern Rätsel. Zudem wird das Verständnis der Aufgabenstruktur nochmals gestärkt.

4.7.1

JULIA
TOM
SEBASTIAN
PAULA
ANNA

Arbeitsblatt 5

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 4

Subtrahiere vom Neunfachen von 77 das Dreifache von 39. Dividiere die erhaltene Zahl durch 4. Subtrahiere hiervon 66.
Welches Ergebnis erhältst du?

Das Ergebnis lautet 78.

<u>1) *</u>

Drei Schüler B, C, D stehen im Sportunterricht nebeneinander.
Wie viele Möglichkeiten gibt es für sie, sich nebeneinander aufzustellen? Schreibe sie in „alphabetischer" Reihenfolge auf.

Es gibt 6 Möglichkeiten für sie, sich nebeneinander aufzustellen:
BCD; BDC; CBD; CDB; DBC; DCB

<u>2) *</u>

Vier Schüler A, B, C, D stehen im Sportunterricht nebeneinander.
Wie viele Möglichkeiten gibt es für sie, sich in verschiedenen Reihenfolgen aufzustellen?

Es gibt 24 Möglichleiten für sie, sich nebeneinander aufzustellen:
ABCD; ABDC; ACBD; ACDB; ADBC; ADCB; BACD; BADC; BCAD; BCDA; BDAC; BDCA; CABD; CADB; CBAD; CBDA; CDAB; CDBA; DABC; DACB; DBAC; DBCA; DCAB; DCBA

<u>3)</u>

Ergänze die Leerstellen in den Zahlenfolgen. Begründe deine Lösung.

a)	45	60	75	90	105	*120*	*135*	150
	Es wird stets 15 addiert.							
b)	103	90	77	64	51	*38*	*25*	12
	Es wird stets 13 subtrahiert.							
c)	25	45	35	55	45	*65*	*55*	75
	Es wird abwechselnd 20 addiert und 10 subtrahiert.							

4) *

In der Mathematik-AG der Grundschule sind drei Jungen mit den Vornamen Karl, Daniel und Robert und den Familiennamen Müller, Schulze und Lehmann. Weiterhin ist bekannt:

(a) Der Junge mit dem Namen Müller heißt nicht Karl.

(b) Schulze ist ein Jahr jünger als Robert.

(c) Daniel spielt gern mit Müller Schach.

(d) Karl freundete sich zuerst mit Lehmann an.

Wie heißen die Jungen mit Vor- und Familiennamen? Benötigst du alle Aussagen, um die Lösung zu erhalten?

Die Jungen heißen Robert Müller, Karl Schulze und Daniel Lehmann. Aussage (b) ist überflüssig.

5) *

Eine Firma hat einen Lieferwagen und einen Kleinbus. Der Lieferwagen verbraucht auf 100km jeweils 9l, der Kleinbus 8l Kraftstoff. Der Lieferwagen fuhr im letzten Monat 700km. Im gleichen Zeitraum verbrauchte der Kleinbus 3l Kraftstoff weniger.

Wie viele Kilometer fuhr der Kleinbus?

Der Kleinbus fuhr 750km.

6) *

Mia hat nur 1€-Stücke bei sich. Sie gibt von diesem Geld die Hälfte aus, vom Rest wieder die Hälfte und vom neuen Rest nochmals die Hälfte. Sie behält Geld übrig, aber weniger als 5€.

Wie viel Geld hatte Mia zu Beginn höchstens, wie viel mindestens bei sich?

Sie hatte mindestens 8€, aber höchstens 32€ bei sich.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 5

ZR4 Da hier nicht rückwärts gerechnet werden muss und lediglich ein Endergebnis gesucht ist, können die Rechenschritte nacheinander ausgeführt werden. Die Schwierigkeit der Aufgabe besteht also v.a. darin, die verbale in eine formal-mathematische Formulierung zu übersetzen. Dazu kann es ggf. hilfreich sein, Zahlen und Rechenoperatoren unterschiedlich zu markieren.

$9 \cdot 77 = 693$ $\quad$ $3 \cdot 39 = 117$ $\quad$ $693 - 117 = 576$

$576 : 4 = 144$ $\quad$ $144 - 66 = \mathbf{78}$

1); 2) Hierbei handelt es sich um Permutationen von 3 bzw. 4 Elementen. Es gibt demnach:

1) $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 =$ ***6 Möglichkeiten***

2) $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 =$ ***24 Möglichkeiten***

Systematisches Aufschreiben aller Möglichkeiten (am einfachsten lexikografisch, d.h. in alphabetischer Reihenfolge) ist eine gute Möglichkeit, die Lösung zu erhalten, ohne dass die Kinder bereits die Berechnung bzw. die Formel kennen müssen. Je nach Selbstständigkeit können die Kinder die Aufgabe entweder allein im Heft/Hefter oder mit dem Lehrer an der Tafel lösen.

3) Eine mündliche Formulierung der Bildungsvorschrift der Zahlenfolgen soll hier genügen. Die Rekursionsformeln lauten (auch wenn diese den Schülern selbstverständlich nicht abzuverlangen sind):

a) $a_{n+1} = a_n + 15 \qquad a_1 = 45$

b) $a_{n+1} = a_n - 13 \qquad a_1 = 103$

c) $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 20 & \forall\ n = 2k + 1;\ k \varepsilon N \\ a_n - 10 & \forall\ n = 2k;\ k \varepsilon N \end{cases} \qquad a_1 = 25$

Um die Bildungsvorschrift zu finden, ist es sinnvoll, die Zahlenfolgen in großer Schrift abzuschreiben und Pfeile zwischen die einzelnen Glieder zu zeichnen, die mit dem erfolgten Rechenschritt beschriftet sind, z. B.:

$$45 \xrightarrow{+15} 60 \xrightarrow{+15} 75 \xrightarrow{+15} 90 \qquad \ldots$$

Alternativ kann dies auch direkt auf dem Papier erfolgen.
Die Teilaufgabe c) fällt den Schülern i.d.R. am schwersten.

4) Zur Lösung von Logicals, in denen verschiedene Eigenschaften (meist von Personen, in diesem Fall Vorname und Nachname) einander zugeordnet werden müssen, ist eine Tabelle gut geeignet, in der die Eigenschaften einander gegenübergestellt werden. Ein „+“ bedeutet, dass die Eigenschaften zusammengehören, hier z.B. Robert und Müller. Ein „-“ bedeutet, dass die Eigenschaften nicht zusammengehören, z.B. Daniel und Schulze. Da sich also in jeder Zeile und in jeder Spalte genau ein „+“ befinden muss, kann aus dem Inhalt einer Zelle oft auch der Inhalt anderer Zellen gefolgert werden. Zwecks der Erarbeitung dieser Lösungsmethode, ist es sinnvoll, dass die Kinder die Tabelle selbst anlegen und dabei die Struktur noch besser erfassen. Die Namen können auch durch Anfangsbuchstaben abgekürzt werden. Sollte dafür die Zeit fehlen, kann auch eine Kopiervorlage (→KV 5.4.1) genutzt werden.

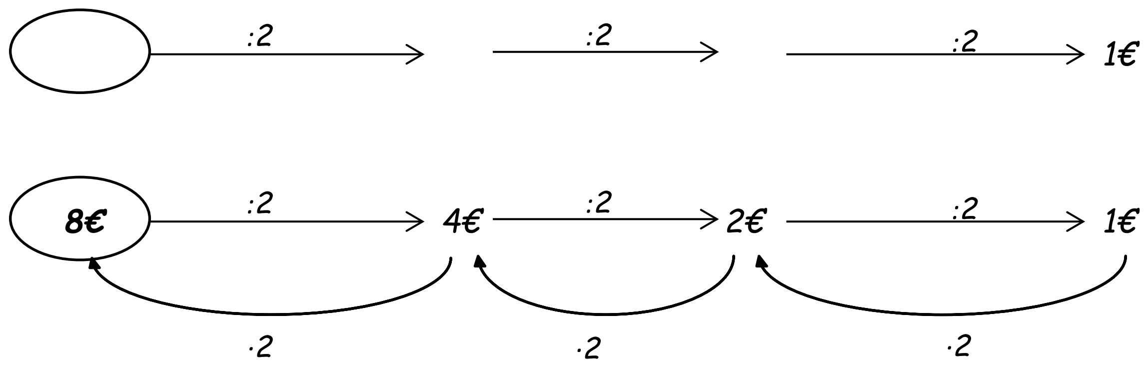
	Müller	*Schulze*	*Lehmann*
Karl	-	+	-
Daniel	-	-	+
Robert	+	-	-

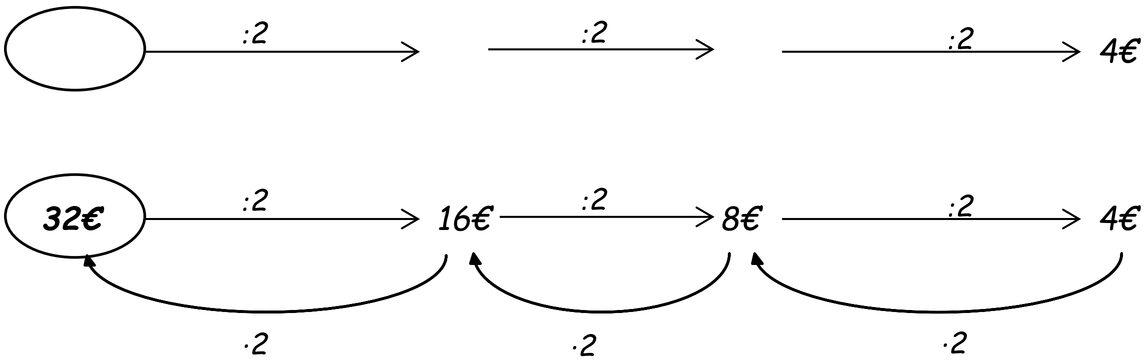
Durch Abhaken der bereits verwendeten Aussagen ist es leichter, den Überblick zu behalten.
Auch hier sollten die Kinder dazu angehalten werden, ggf. überflüssige Aussagen auf Übereinstimmung mit den anderen Aussagen zu überprüfen. Ansonsten könnte es sein, dass das Logical gar keine Lösung hat. Aufgrund der Reihenfolge der Aussagen ist es hier besonders schwierig, die überflüssige Aussage herauszufinden. Aussage (b) ist überflüssig, da sie

beinhaltet, dass Robert nicht Schulze heißt. Aus (a) uns (c) folgt aber ohnehin, dass Robert Müller heißt, da keiner der anderen Jungen diesen Namen trägt.

5) Diese Aufgabe könnte evtl. zu Problemen führen, da der Kontext nicht dem Erfahrungshorizont von Grundschülern entspricht. Mit einer kurzen Erklärung kann jedoch ein gutes Aufgabenverständnis erreicht werden.
Kraftstoffverbrauch des Lieferwagens: *9l/100km · 700km = 63l*
Kraftstoffverbrauch des Kleinbusses: *63l - 3l = 60l*
Wegstrecke des Kleinbusses: *60l : 8l/100km =* ***750km***
Da dies (insbesondere für Drittklässler) eine recht komplexe Rechnung ist, kann auch teilweise das systematische Probieren als Lösungsstrategie eingesetzt werden.

6) *Da Mia nur 1€-Stücke bei sich hat, hat sie mindestens 1€ übrig, aber höchstens 4€. Sie gibt 3mal jeweils die Hälfte des Geldes aus, also hatte sie anfangs 2 · 2 · 2 = 8mal so viel Geld wie am Ende.*
8 · 1€ = ***8€*** *8 · 4€ =* ***32€***
Folglich hatte sie ***mindestens 8€****, aber* ***höchstens 32€*** *bei sich.*
Den Schülern könnte es schwer fallen, die nacheinander ausgeführten Rechenschritte auf einmal zu erfassen. Daher eignet sich ein Pfeilbild gut zur Veranschaulichung. Hierzu ein Vorschlag:




:2
:2
:2
4€
32€
:2
16€
:2
8€
:2
4€
·2
·2
·2

5.4.1

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

	Müller	Schulze	Lehmann
Karl			
Daniel			
Robert			

Arbeitsblatt 6

1) *

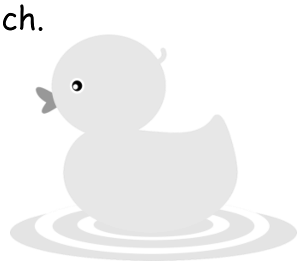
Die fünf Schüler Anton, Bob, Christoph, Daniel und Elias wollen ein Tischtennisturnier austragen, bei dem jeder genau einmal gegen jeden anderen spielt.

Wie viele Spiele müssen ausgetragen werden?

Es müssen 10 Spiele ausgetragen werden.

2) *

Acht Enten, alle völlig gleich, schwimmen auf dem kleinen Teich.
Eine jedoch ging an Land, weil sie da mehr Futter fand.
Drei tunkten ihre Köpfe klein in das kalte Wasser ein.
Und hoben ihre Beine hoch zum Zeichen, dass sie leben noch.
Wie viele Köpfe und wie viele Beine sind unter Wasser?
Wie viele Köpfe und wie viele Beine sind nicht unter Wasser?



Unter Wasser sind 8 Beine und 3 Köpfe. Nicht unter Wasser sind 8 Beine und 5 Köpfe.

3) *

Max spielt zusammen mit 35 anderen Schülern im Schulorchester. Sie spielen entweder ein Streichinstrument oder ein Blasinstrument oder Akkordeon. Der vierte Teil der Schüler spielt Akkordeon. Im Orchester spielen außerdem 16 Streicher.

Wie viele Schüler spielen Akkordeon, wie viele ein Blasinstrument?

Im Orchester spielen 9 Schüler Akkordeon und 11 Schüler ein Blasinstrument.

4) *

An einer Eisdiele gibt es Kugeleis in den Geschmacksrichtungen Erdbeere, Schoko, Vanille, Zitrone, Nuss und Joghurt. Zahlo will jeden Tag einen anderen Eisbecher aus 4 verschiedenen Eissorten probieren.

Wie viele Tage dauert es, bis er alle Zusammenstellungen probiert hat?

Es dauert 15 Tage.

5) *

Hannes, Richard und Sebastian sind alle drei begeisterte Sportler. Jeder betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Handball oder Radfahren, und zwar jeder eine andere dieser Sportarten. Weiterhin ist bekannt:

(a) Richard und der Schwimmer gehen in dieselbe Klasse.

(b) Der Radfahrer und Hannes beobachten Sebastian beim Training.

(c) Sebastian ist ausgesprochen wasserscheu.

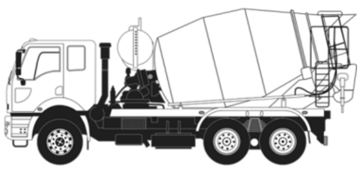
Welcher der Jungen betreibt welche Sportart? Hast du alle Aussagen benötigt, um auf die Lösung zu kommen?

Richard fährt Rad, Hannes schwimmt und Sebastian spielt Handball. Aussage (a) ist überflüssig.

6)*

Für die Fahrt zwischen Betonwerk und Baustelle braucht ein LKW 38min. Das Beladen im Betonwerk dauert 13min. Wann kommt der LKW mit seiner 2. Ladung auf der Baustelle an, wenn das Abladen dort 16min dauert und das erste Beladen im Betonwerk um 7.15 Uhr begann?

Der LKW kommt um 9.51 Uhr auf der Baustelle an.



ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 5

Ich dividiere eine ausgedachte Zahl durch 4. Zu dem Ergebnis addiere ich 19 und multipliziere anschließend mit 5. Wenn ich nun noch 701 abziehe, erhalte ich die größte zweistellige Zahl.

Welche Zahl habe ich mir ausgedacht?

Die Zahl lautet 564.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 6

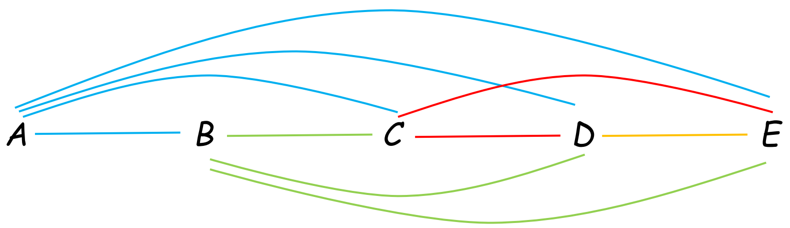
1) Hierbei handelt es sich um eine Kombination von 5 Elementen zur 2. Klasse ohne Wiederholung. Formal wird diese folgendermaßen berechnet:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\cdot(5-2)!} = \frac{5\cdot 4}{2} = \mathbf{10}$$

Da dies jedoch erst in der 8. Klasse (Gymnasium) gelehrt wird, müssen Grundschüler i.d.R. auf gegenständlichere Notationsmöglichkeiten, wie systematisches Aufschreiben zurückgreifen, z.B.:

I	*Anton - Bob, Christoph, Daniel, Elias*	
II	*Bob - Christoph, Daniel, Elias*	*(Die Partie Bob-Anton ist schon durch die Partie Anton-Bob erfolgt.)*
III	*Chistoph - Daniel, Elias*	*(analog II)*
IV	*Daniel - Elias*	*(analog II)*

Auch eine Skizze wäre denkbar (siehe Abb.) für Kinder, die eine zeichnerische Lösung bevorzugen. Durch die Arbeit mit verschiedenen Farben sind die Möglichkeiten leicht abzulesen.



4 + 3 + 2 + 1 = ***10***

2) Aufgrund der gereimten Aufgabenstellung fällt es den Kindern oft schwer, die Aufgabe zu verstehen. Daher kann es sinnvoll sein, die Aufgabe sehr bildhaft und gegenständlich zu lösen. Eine Möglichkeit ist, einen Teich und etwas Land an die Tafel zu zeichnen und dort dann dem Text entsprechend die Enten einzuzeichnen oder die Enten (→KV 6.2.1) zu laminieren und mit Tafelmagneten einzusetzen.

3) *Gesamtzahl der Schüler im Orchester:* *35 + 1 = 36*
Schüler, die Akkordeon spielen: *36 : 4 =* ***9***
Schüler, die ein Blasinstrument spielen: *36 – 9 – 16 =* ***11***
Probe: *9 + 11 + 16 = 36*

4) Hierbei handelt es sich um eine Kombination von 6 Elementen zur 4. Klasse ohne Wiederholung, ähnlich wie in 1). Allerdings ist es hier schwieriger, die Lösung durch systematisches Aufschreiben zu finden.
$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \mathbf{15}$
Zudem gilt: $\binom{6}{4} = \binom{6}{2}$
Dies kann man sich zunutze machen, um die Anzahl der möglichen Kombinationen zu finden, ohne die Formel für die Berechnung der Kombination zu kennen. Vier Kugeln für den Eisbecher auszuwählen bedeutet ebenso, zwei Kugeln auszuwählen, die nicht in den Eisbecher kommen. Die Möglichkeiten, diese auszuwählen, können dann analog zu 1) gefunden werden.
Kommen die Schüler nicht selbst auf diese Idee, kann man ihnen diesen Tipp geben.
Die Möglichkeiten lauten (E...Erdbeere; S...Schoko; V...Vanille; Z...Zitrone; N...Nuss; J...Joghurt):
E; S; V; Z *E; S; V; N* *E; S; V; J* *E; S; Z; N* *E; S; Z; J* *E; S; N; J*
E; V; Z; N *E; V; Z; J* *E; V; N; J* *E; Z; N; J* *S; V; Z; N* *S; V; Z; J*
S; V; N; J *S; Z; N; J* *V; Z; N; J*

5) Auch hier eignet sich eine Tabelle (siehe Aufgabe 5/4, →KV 6.5.1) zur Lösungsfindung.

	Handball	*Radfahren*	*Schwimmen*
Hannes	-	-	+
Richard	-	+	-
Sebastian	+	-	-

Die Schüler sollten bei der „überflüssigen“ Aussage dazu angehalten werden, zu überprüfen, ob diese der gefundenen Lösung widerspricht. Wenn ja, ist die Lösung zu überprüfen, ggf. hat das Logical keine Lösung. Dies ist zwar bei keinem der Logicals auf den Arbeitsblättern der Fall, könnte jedoch bei Logicals, die die Schüler später einmal lösen, durchaus der Fall sein.

Aussage (a) ist überflüssig, da sie lediglich die Information beinhaltet, dass Richard nicht der Schwimmer ist, was aber bereits in Aussage (b) enthalten ist, aus der folgt, dass Richard der Radfahrer ist. Meist fällt es den Kindern jedoch schwer, dies zu erkennen, da sie die Aussage in der gegebenen Reihenfolge abarbeiten.

6) *Der Arbeitsverlauf bis zur 2. Ankunft auf der Baustelle ist wie folgt:*
Beladen - Fahrt - Abladen - Fahrt - Beladen - Fahrt
Folglich sind insgesamt 2 · 13min + 3 · 38min + 16min = 156min vergangen.
Ankunft auf der Baustelle: *7.15 Uhr + 156min =* ***9.51 Uhr***
Ein Pfeilbild kann zu Veranschaulichungszwecken sinnvoll sein.

$$7.15 \text{ Uhr} \xrightarrow{13\text{min}} 7.28 \text{ Uhr} \xrightarrow{38\text{min}} 8.06 \text{ Uhr} \xrightarrow{16\text{min}} 8.22 \text{ Uhr}$$

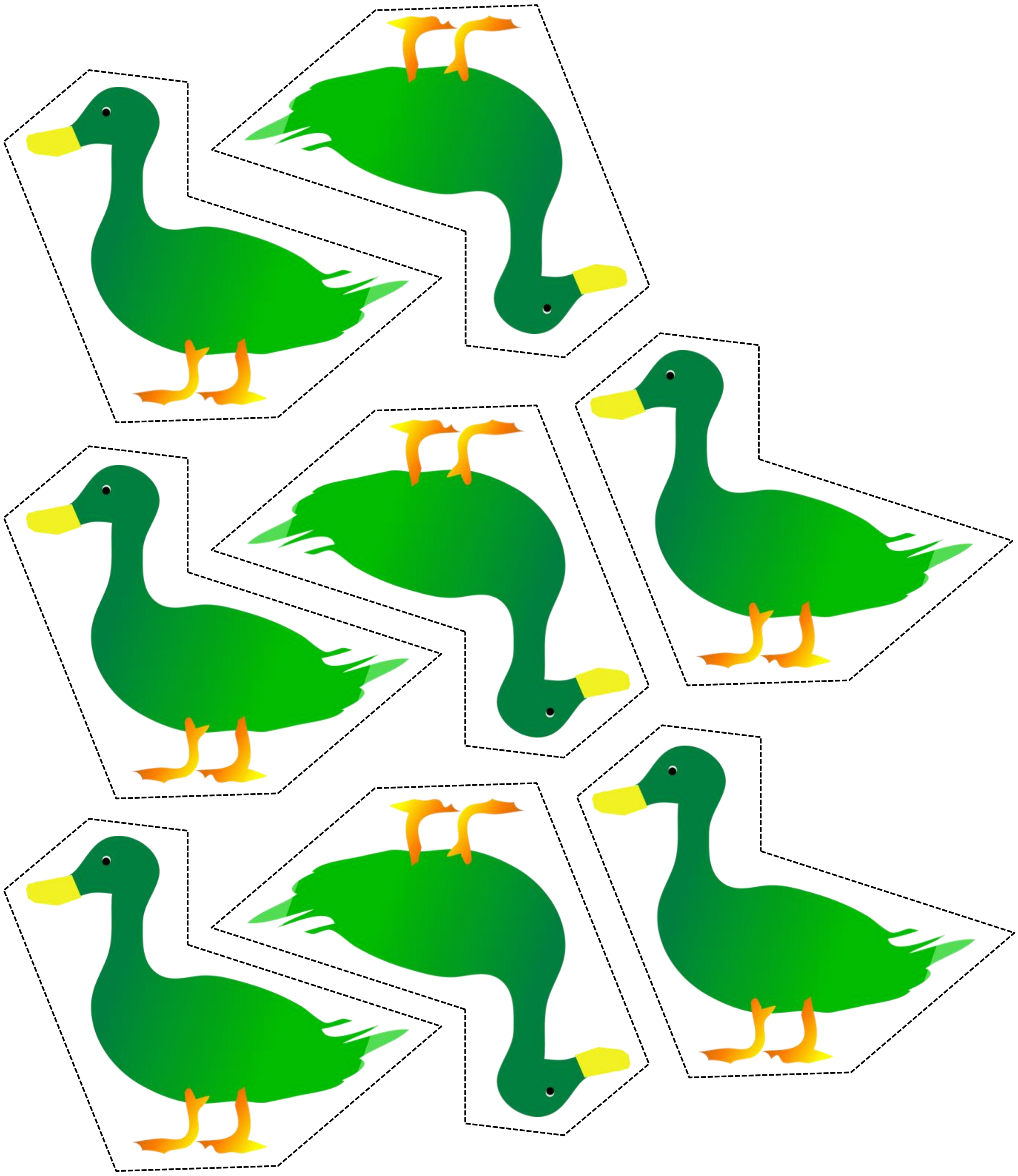
$$\xrightarrow{38\text{min}} 9.00 \text{ Uhr} \xrightarrow{13\text{min}} 9.13 \text{ Uhr} \xrightarrow{38\text{min}} \mathbf{9.51\ Uhr}$$

ZR5 Auch dieses Zahlenrätsel kann durch Rückwärtsrechnen gelöst werden. Ein Pfeilbild (siehe unten) kann dabei sehr hilfreich sein, in welchem die Schüler die Struktur der Aufgabe erfassen.

$$\bigcirc \xrightarrow{:4} \quad \xrightarrow{+19} \quad \xrightarrow{\cdot 5} \quad \xrightarrow{-701} 99$$

$$\begin{tikzcd} \mathbf{564} \arrow[r, ":4"] & 141 \arrow[r, "+19"] \arrow[l, bend left, "\cdot 4"] & 160 \arrow[r, "\cdot 5"] \arrow[l, bend left, "-19"] & 800 \arrow[r, "-701"] \arrow[l, bend left, ":5"] & 99 \arrow[l, bend left, "+701"] \end{tikzcd}$$

6.2.1



6.5.1

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

	Handball	Radfahren	Schwimmen
Hannes			
Richard			
Sebastian			

Arbeitsblatt 7

1) *

Für den Halloweenumzug mit ihren Freunden nähten Mia und Max aus 50m Stoff 15 Umhänge und 20 Schleier. Für einen Schleier haben sie 1m Stoff gebraucht.
Wie viel Stoff haben sie für einen Umhang gebraucht?

Für einen Umhang haben sie 2 m Stoff gebraucht.

2) *

Ein Landwirt besitzt Hühner und Kaninchen. Auf Zahlos Frage, wie viele Tiere es seien, antwortet er: „Zusammen haben sie 5 Köpfe und 14 Beine."
Wie viele Kaninchen und wie viele Hühner hat der Landwirt?

Der Landwirt besitzt 3 Hühner und 2 Kaninchen.

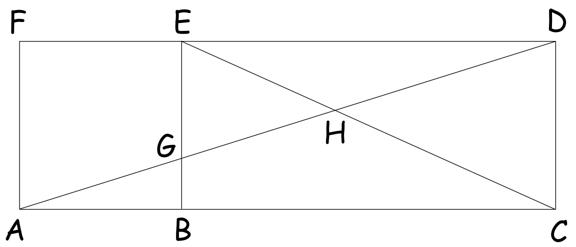
3) *

Einige Vögel kommen geflogen. Wenn sie sich einzeln auf die vorhandenen Bäume setzen, bleibt ein Vogel ohne Baum. Wenn sie sich aber paarweise auf die Bäume setzen, bleibt ein Baum ohne Vogel.
Wie viele Bäume und wie viele Vögel sind es?

Es sind 3 Bäume und 4 Vögel.

4) *

Wie viele Dreiecke gibt es in dieser Abbildung? Schreibe alle Dreiecke auf, die du erkennst.

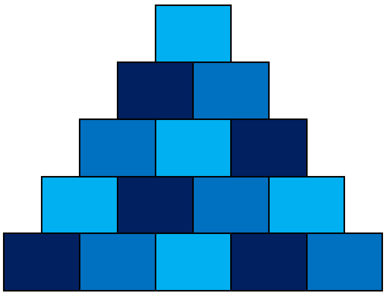


Es gibt 10 Dreiecke:
ABG; HCD; HDE; GHE; BCE; ACH; GDE; CDE; ACD; ADF

5)

Die untenstehende Mauer soll aus farbigen Steinen aufgebaut werden. Dabei sollen sich keine 2 Steine berühren, die dieselbe Farbe haben. Es sollen so wenige Farben wie möglich verwendet werden.

Gib eine mögliche Färbung an. Wie viele Farben werden benötigt?



Es werden 3 Farben benötigt.

6) *

Herr Blau, Frau Grün und Opa Rot treffen sich im Supermarkt. Jeder hat genau eine Tasche bei sich. Die Taschen haben die Farben blau, grün und rot. „Keiner trägt eine Tasche in der Farbe, die seinem Namen entspricht.“, stellt die Person mit der blauen Tasche fest. „Stimmt!“, bestätigt Frau Grün.

Welche Farbe hat Frau Grüns Tasche?

Frau Grüns Tasche ist rot.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 7

1) *Stoff für die Schleier: 20S · 1m/S = 20m*

Stoff für die Umhänge: 50m - 20m = 30m

Stoff für einen Umhang: 30m : 15U = ***2m/U***

2) Dieser Aufgabe liegt ein lineares Gleichungssystem zugrunde (k…Kaninchen; h…Hühner):

I k + h = 5 (Jedes Tier hat genau einen Kopf.)

II 4k + 2h = 14 (Kaninchen haben 4 Beine, Hühner haben zwei Beine.)

Lösung: ***h = 3; k = 2***

Die Kinder können zwar noch keine Gleichungssysteme formal aufstellen und lösen, führen aber geeignete Rechenschritte intuitiv aus, z.B.

Alles Hühner: 2 · 5 = 10 Beine → 4 Beine zu wenig

Da ein Kaninchen 2 Beine mehr hat als ein Huhn: 4 : 2 = ***2 Kaninchen***

→ ***3 Hühner***

ODER

Alles Kaninchen: 4 · 5 = 20 Beine → 6 Beine zu viel

Da ein Huhn 2 Beine weniger hat als ein Kaninchen: 6 : 2 = ***3 Hühner***

→ ***2 Kaninchen***

Auch systematisches Probieren kann hier zielführend sein.

3) Auch hier liegt ein lineares Gleichungssystem zugrunde (v…Vögel; b…Bäume):

I v = b + 1 (Wenn sich die Vögel einzeln auf die Bäume setzen, bleibt ein Vogel übrig.)

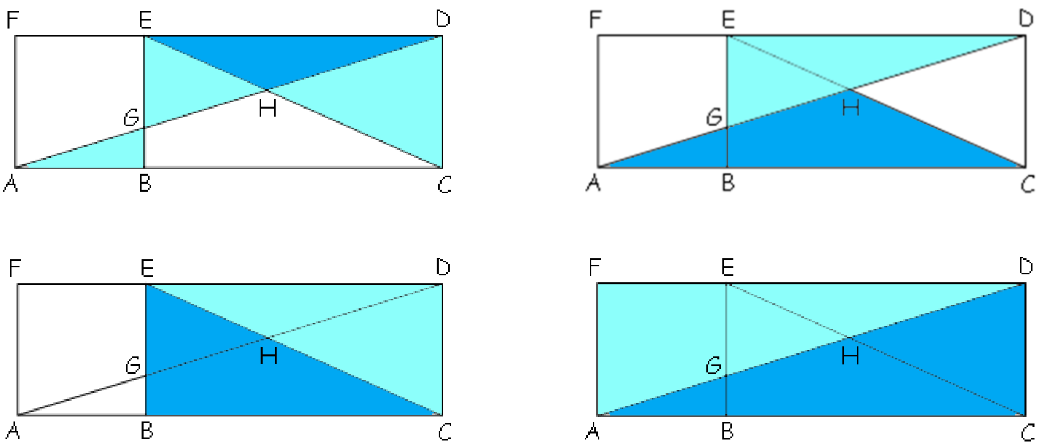
II v = 2 · (b - 1) (Wenn sich die Vögel in Paaren auf die Bäume setzen, bleibt ein Baum übrig.)

Lösung: ***b = 3; v = 4***

Wenn die Kinder nicht selbst auf die Lösung kommen, eignet sich ein Rollenspiel sehr gut zur Veranschaulichung. Dabei können Stühle die Bäume darstellen und Kinder die Vögel.

Nach der ersten Bedingung gibt es stets einen Vogel (Kind) mehr als Bäume (Stühle). Die Übereinstimmung mit der 2. Bedingung kann dann einfach systematisch probiert werden. Zudem sollte möglichst untersucht werden, ob es weitere Lösungen geben kann (Es kann keine weiteren Lösungen geben.).
Alternativ können auch die Kopiervorlagen (→KV 7.3.1; 7.3.2) genutzt werden. Die Kinder können so entweder einzeln oder gemeinsam (mit dem Lehrer) probieren.

4) Die Kinder lösen derartige Aufgaben meist am besten, wenn sie die zu findenden Figuren selbst farbig einzeichnen. Da viele Kinder zudem gern malen, lohnt es sich, die Figur entweder mehrfach ins Heft abzeichnen zu lassen (zur Verbesserung der zeichnerischen Fähigkeiten) oder sie auszuteilen (→KV 7.4.1) und einkleben zu lassen. I.d.R. wird die Figur dazu viermal benötigt.
Es sollte ein Hinweis ergehen, zunächst die „einfachen" Dreiecke und dann die zusammengesetzten Dreiecke zu betrachten. Auch ist auf korrekte Benennung der Dreiecke zu achten (Notieren der Eckpunkte in mathematisch positiver Richtung).
Die Lösungen lauten:



5) Sie können die Kinder vor Bearbeitung der Aufgabe abschätzen lassen, wie viele Farben benötigt werden.

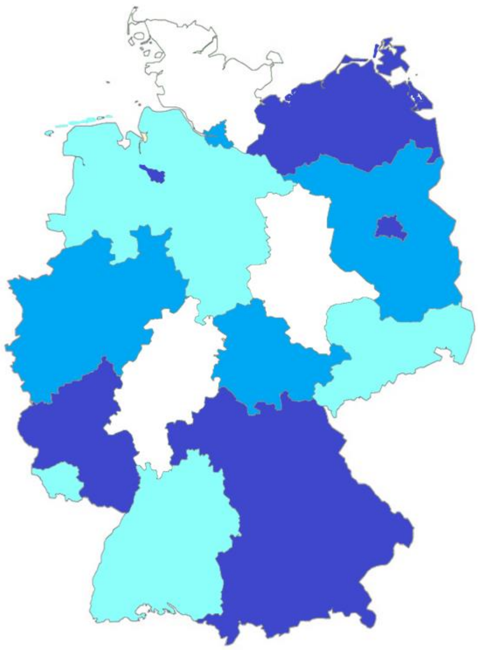
Sollte die auf dem Arbeitsblatt abgedruckte Anzahl an Pyramiden nicht reichen, um die Lösung zu finden, kann auf die Kopiervorlage (→KV 7.5.1) zurückgegriffen werden.

6) Auch für dieses Logical eignet sich die Lösung mittels einer Tabelle (siehe Aufgabe 5/4, →KV 7.6.1).

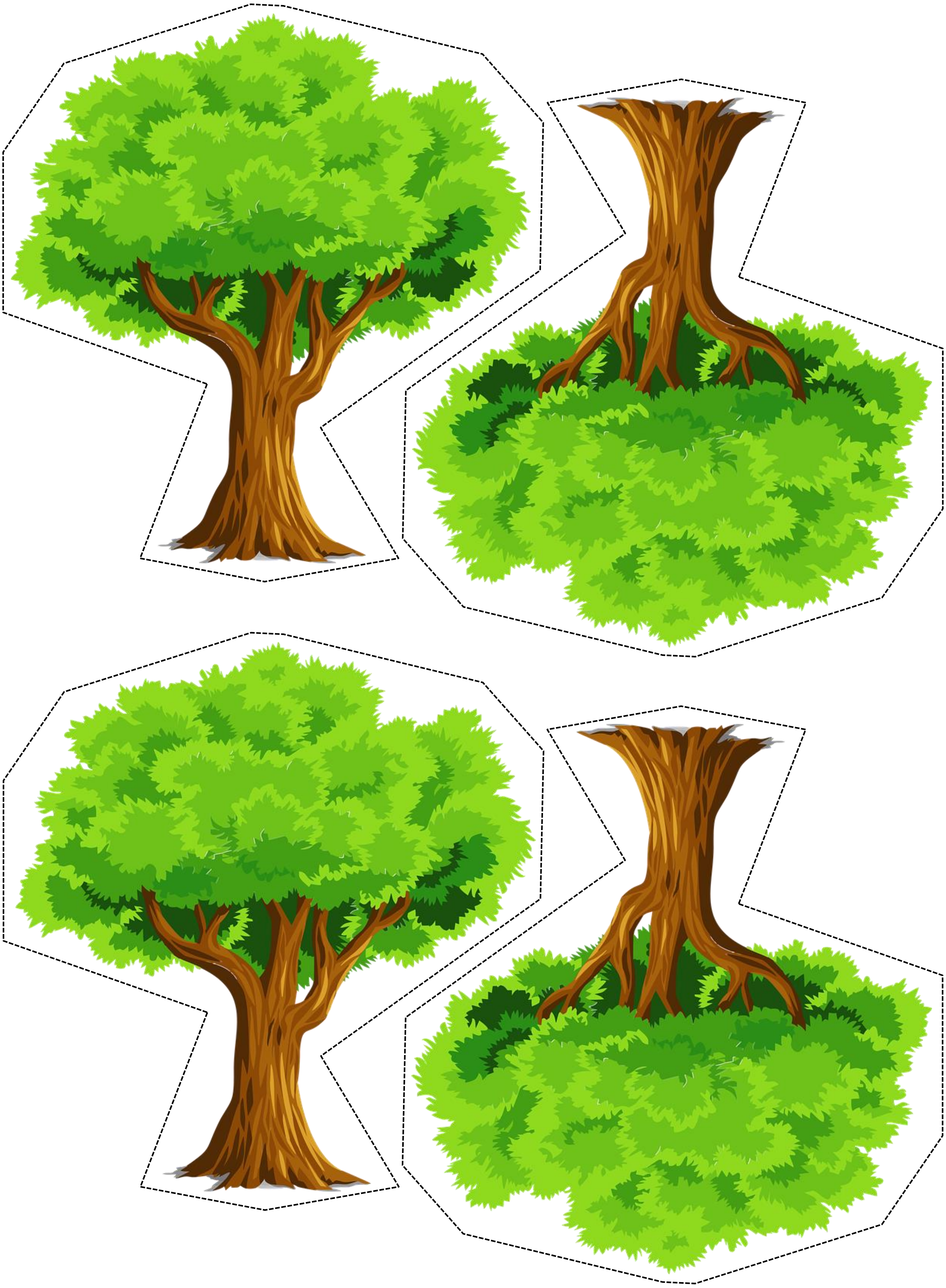
	Frau Grün	*Herr Blau*	*Opa Rot*
grün	-	+	-
blau	-	-	+
rot	+	-	-

Da viele Kinder dieses Logical allerdings als besonders einfach empfinden, ist ggf. auch eine kurze Begründung ausreichend.

<u>Anregung für eine Hausaufgabe</u>
Allgemein gilt die Regel, dass sich jede beliebige Landkarte (ohne Exklaven) mit höchstens 4 Farben so färben lässt, dass sich keine 2 Farben „berühren" (Vier-Farben-Satz in der Euklid'schen Ebene). Dies kann anhand einer Deutschland-karte (Färbung der Bundesländer, passend zum Sachunterricht der Klasse 4, → KV 7.HA.1) oder auch anhand der Karte eines beliebigen anderen Landes oder Kontinents ausprobiert werden.
Eine mögliche Lösung:

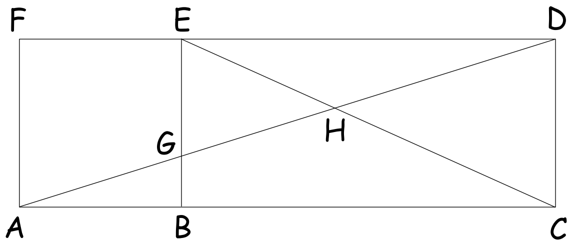


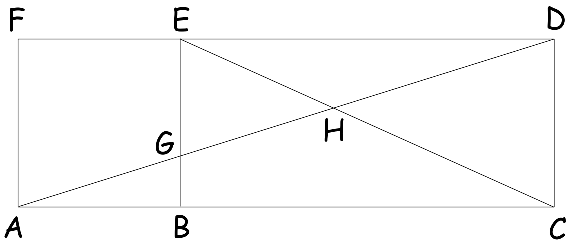
7.3.1

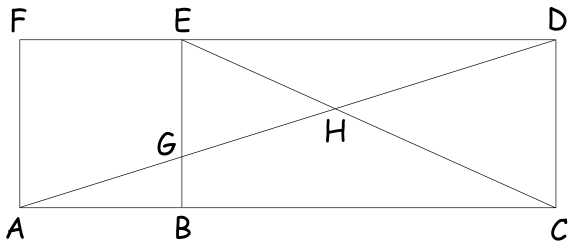


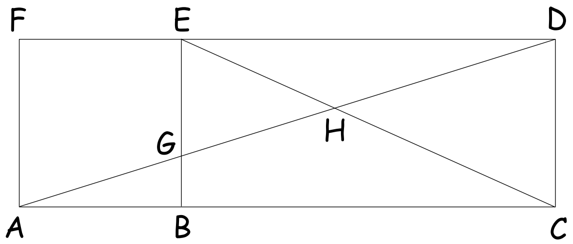
7.3.2

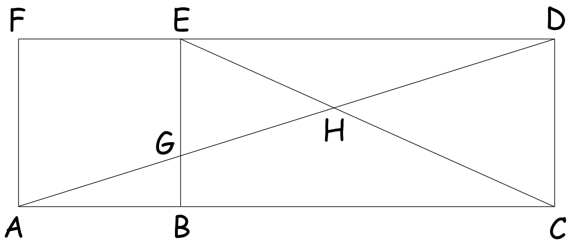
7.4.1

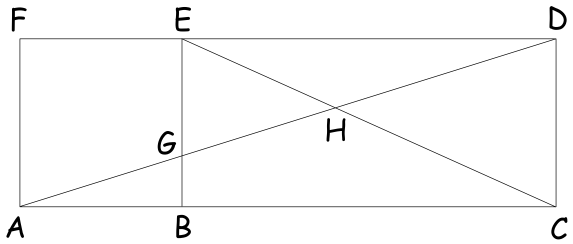

F
E
D
G
H
A
B
C

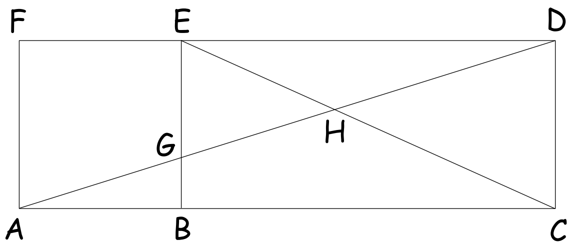

F
E
D
G
H
A
B
C

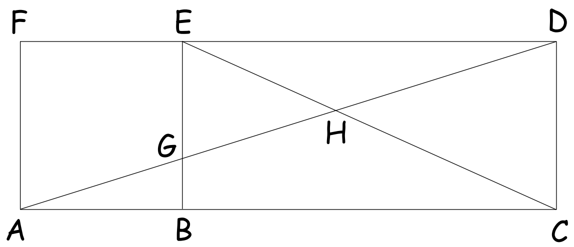

F
E
D
G
H
A
B
C

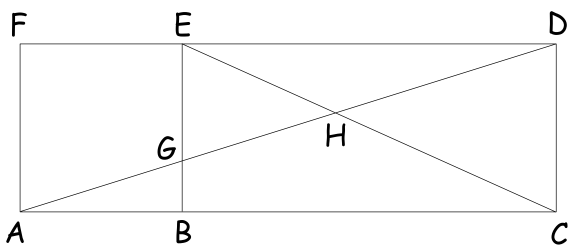

F
E
D
G
H
A
B
C

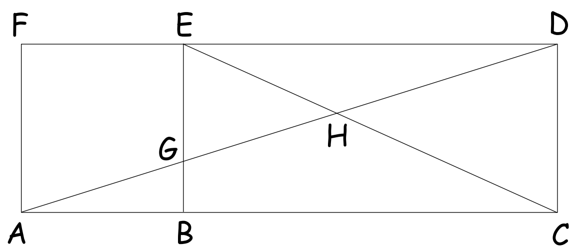

F
E
D
G
H
A
B
C


F
E
D
G
H
A
B
C

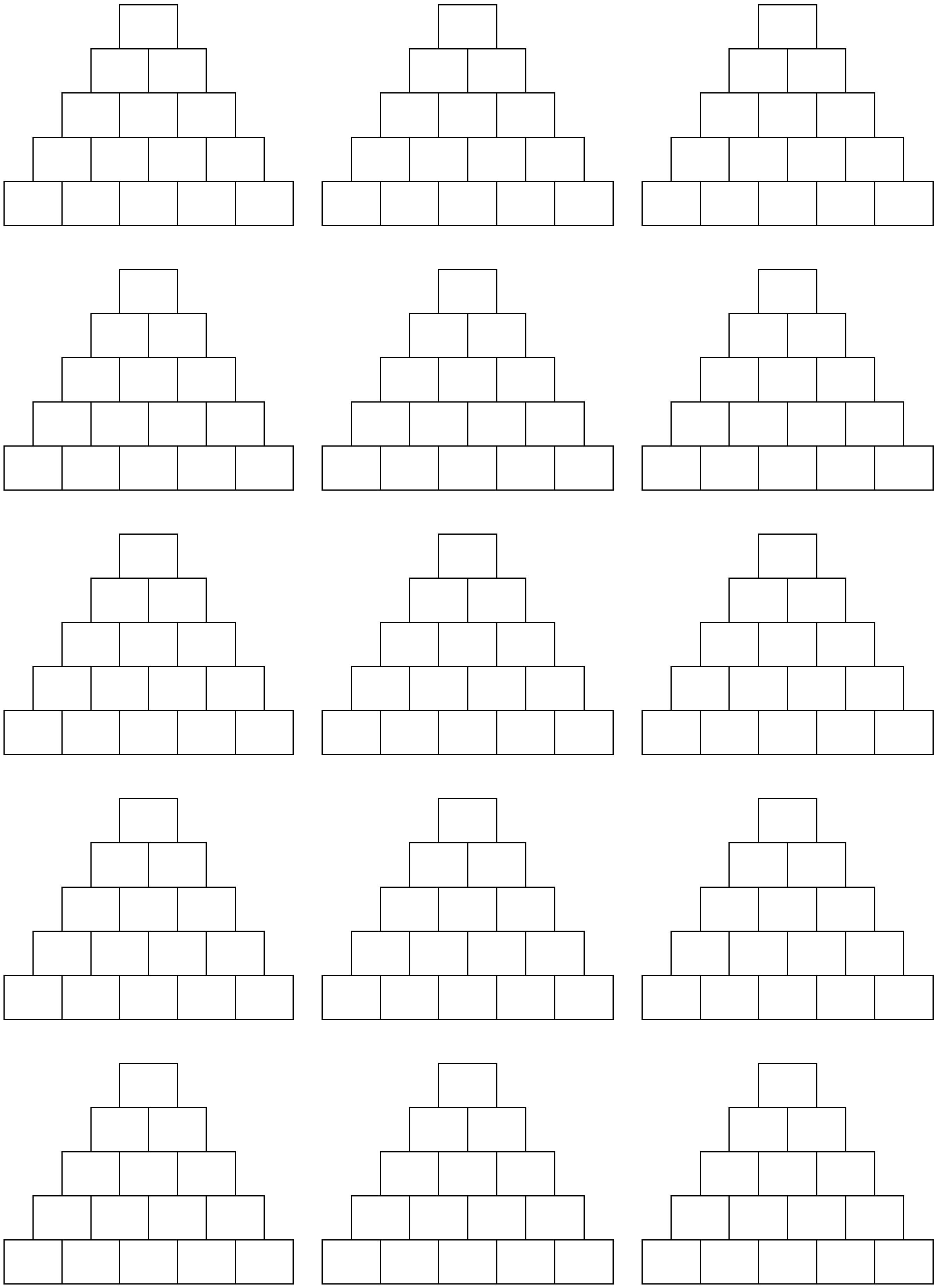

F
E
D
G
H
A
B
C


F
E
D
G
H
A
B
C


F
E
D
G
H
A
B
C


F
E
D
G
H
A
B
C

7.5.1



7.6.1

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

	Frau Grün	Herr Blau	Opa Rot
grün			
blau			
rot			

7.HA.1

Arbeitsblatt 8

1) *

Max stellt fest, dass innerhalb der letzten Stunde insgesamt 60 Autos und Fahrräder vor dem Kinderzimmerfenster vorbeigefahren sind. Mia rechnet aus, dass diese auf 200 Rädern rollten.

Wie viele Autos und wie viele Fahrräder waren es?

Es waren 20 Fahrräder und 40 Autos.

2) *

Mia nimmt an einem Staffelwettbewerb im Eisschnelllaufen teil. Die Bahn ist 200m lang. Jeder Läufer muss aber nur die Hälfte dieser Bahn laufen. Die Gesamtstrecke ist zwei Bahnen lang.

a) Wie viele Meter muss jeder Läufer im Wettkampf zurücklegen?

Jeder Läufer muss 100m zurücklegen.

b) Wie lang ist die zu laufende Staffelstrecke insgesamt?

Die Gesamtstrecke beträgt 400m.

c) Wie viele Läufer gehören zu einer Staffel?

Zu einer Staffel gehören 4 Läufer.

3) *

Ein Junge hat ebenso viele Schwestern wie Brüder, seine Schwestern haben aber jede nur halb so viele Schwestern wie Brüder.

Wie viele Mädchen und Jungen gehören zur Familie?

Zur Familie gehören 4 Jungen und 3 Mädchen.

4) *

Die Wagners fahren zur Oma. Zuerst legen sie mit dem Bus in einer halben Stunde 20km zurück. Nach 42min Aufenthalt geht es mit dem Zug weiter. Der Schaffner erzählt Max, dass der Zug in einer Stunde 60km zurücklegt. Am Zielbahnhof sagt Mia: „Seit der Abfahrt unseres Busses sind genau 192 Minuten vergangen."

a) Wie lange dauerte die Zugfahrt?

Die Zugfahrt dauerte 2h.

b) Welche Strecke wurde insgesamt zurückgelegt?

Insgesamt wurden 140km zurückgelegt.

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 6

Ich dividiere eine ausgedachte Zahl durch 4. Dann addiere ich die Hälfte der Differenz aus der größten dreistelligen und der größten zweistelligen Zahl. Anschließend dividiere ich durch 9. Dann subtrahiere ich 33 und multipliziere das Ergebnis mit 7. Auf diese Weise habe ich 182 erhalten.

Welche Zahl habe ich mir ausgedacht?

Die Zahl lautet 324.

5) *

Auf einem Geflügelhof gab es 24 Tiere. Hühner und Gänse waren es zusammen genauso viele wie Enten und Puten zusammen. Nachdem 6 Hühner verkauft wurden, waren doppelt so viele Hühner wie Gänse da, aber gleichviele Hühner wie Puten.

Wie viele Tiere von jeder Art waren es vor dem Verkauf?

Es waren 10 Hühner, 2 Gänse, 8 Enten und 4 Puten.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 8

1) Diese Aufgabe ähnelt der Aufgabe 2 auf Arbeitsblatt 7. Auch sie läuft auf ein Gleichungssystem hinaus (a…Autos; f...Fahrräder):

I $a + f = 60$

II $4a + 2f = 200$ *(Autos haben 4 Räder, Fahrräder haben 2 Räder)*

Lösung: ***a = 40; f = 20***

Die Kinder können zwar noch keine Gleichungssysteme formal aufstellen und lösen, führen aber geeignete Rechenschritte intuitiv aus, z.B.

Alles Fahrräder: 2 · 60 = 120 Räder → 80 Räder zu wenig

Da ein Auto 2 Räder mehr hat als ein Fahrrad: 80 : 2 = ***40 Autos***

→ 20 Fahrräder

ODER

Alles Autos: 4 · 60 = 240 Räder → 40 Räder zu viel

Da ein Fahrrad 2 Räder weniger hat als ein Auto: 40 : 2 = ***20 Fahrräder***

→ 40 Autos

Auch systematisches Probieren kann hier zielführend sein.

2) a) *200m : 2 =* ***100m***

b) *200m · 2 =* ***400m***

c) *400m : 100m =* ***4***

Teilaufgabe c) muss ggf. durch Ergänzung mit der Multiplikation statt durch Division gelöst werden, da Grundschulkinder i.A. noch keine Einheiten kürzen können.

3) Diese Aufgabe läuft auf ein Gleichungssystem hinaus und ist bei genauerer Betrachtung auf mathematisch-abstrakter Ebene der Aufgabe 7/3 äquivalent (m…Mädchen; j…Jungen):

I $m = j - 1$ *(Ein Junge hat ebenso viele Schwestern wie Brüder.)*

II $m - 1 = 2j$ *(Ein Mädchen hat halb so viele Schwestern wie Brüder.)*

Lösung: ***m = 3; j = 4***

Für die Kinder ist v.a. systematisches Probieren ein geeignetes Mittel zur Lösungsfindung. Dazu können entweder ein Rollenspiel (bei ausreichender Schüler- und Schülerinnenzahl) oder Bilder (→KV 8.3.1) genutzt werden. Aufgrund der Thematik mit Brüdern und Schwestern sehen die Kinder u.U. auch Parallelen zu Aufgabe 3/1.

4) a) *$\frac{1}{2}h = 30min$*

*$192min - 42min - 30min = 120min =$ **2h***

b) *Wegstrecke mit dem Zug:* *$60km/h \cdot 2h = 120km$*

Gesamtstrecke: *$120km + 20km =$ **140km***

ZR6 Auch dieses Zahlenrätsel lässt sich gut durch Rückwärtsarbeiten lösen. Dazu kann ein Pfeilbild (siehe unten) sehr hilfreich sein.

Die Differenz aus der größten dreistelligen und der größten zweistelligen Zahl ist 999 - 99 = 900. Die Hälfte davon ist 900 : 2 = 450.

$$\bigcirc \xrightarrow{:4} \quad \xrightarrow{+450} \quad \xrightarrow{:9} \quad \xrightarrow{-33} \quad \xrightarrow{\cdot 7} 182$$

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{324} \arrow[r, ":4"] & 81 \arrow[r, "+450"] \arrow[l, bend left, "\cdot 4"] & 531 \arrow[r, ":9"] \arrow[l, bend left, "-450"] & 59 \arrow[r, "-33"] \arrow[l, bend left, "\cdot 9"] & 26 \arrow[r, "\cdot 7"] \arrow[l, bend left, "+33"] & 182 \arrow[l, bend left, ":7"]
\end{tikzcd}$$

5) Es ist aufgrund der höheren Komplexität der Aufgabe nicht ratsam, diese (vollständig) durch Probieren lösen zu wollen. Es bedarf also einer analytischen Lösung durch Rechnung. Da diese Aufgabe erfahrungsgemäß den meisten Kindern schwer fällt, kann es durchaus sinnvoll sein, sie gemeinsam an der Tafel mit Anleitung des Lehrers zu erarbeiten.

E…Enten; *G…Gänse;* H…Hühner; P…Puten; h…Hühner nach dem Verkauf (jeweils Anzahlen)

Vor dem Verkauf:

E + G + H + P = 24

H + G = E + P = 12

Nach dem Verkauf:

h + G = H - 6 + G = 12 - 6 = 6; 2 · G = h → *3 · G = 6* → ***G = 2***

→ *h = 4* → ***H = 10***

h = ***P = 4****; E = 12 - P* → ***E = 8***

Meist brauchen die Kinder Unterstützung beim Finden bzw. Notieren der Lösung, da der Umgang mit Variablen noch nicht so eingeübt ist.

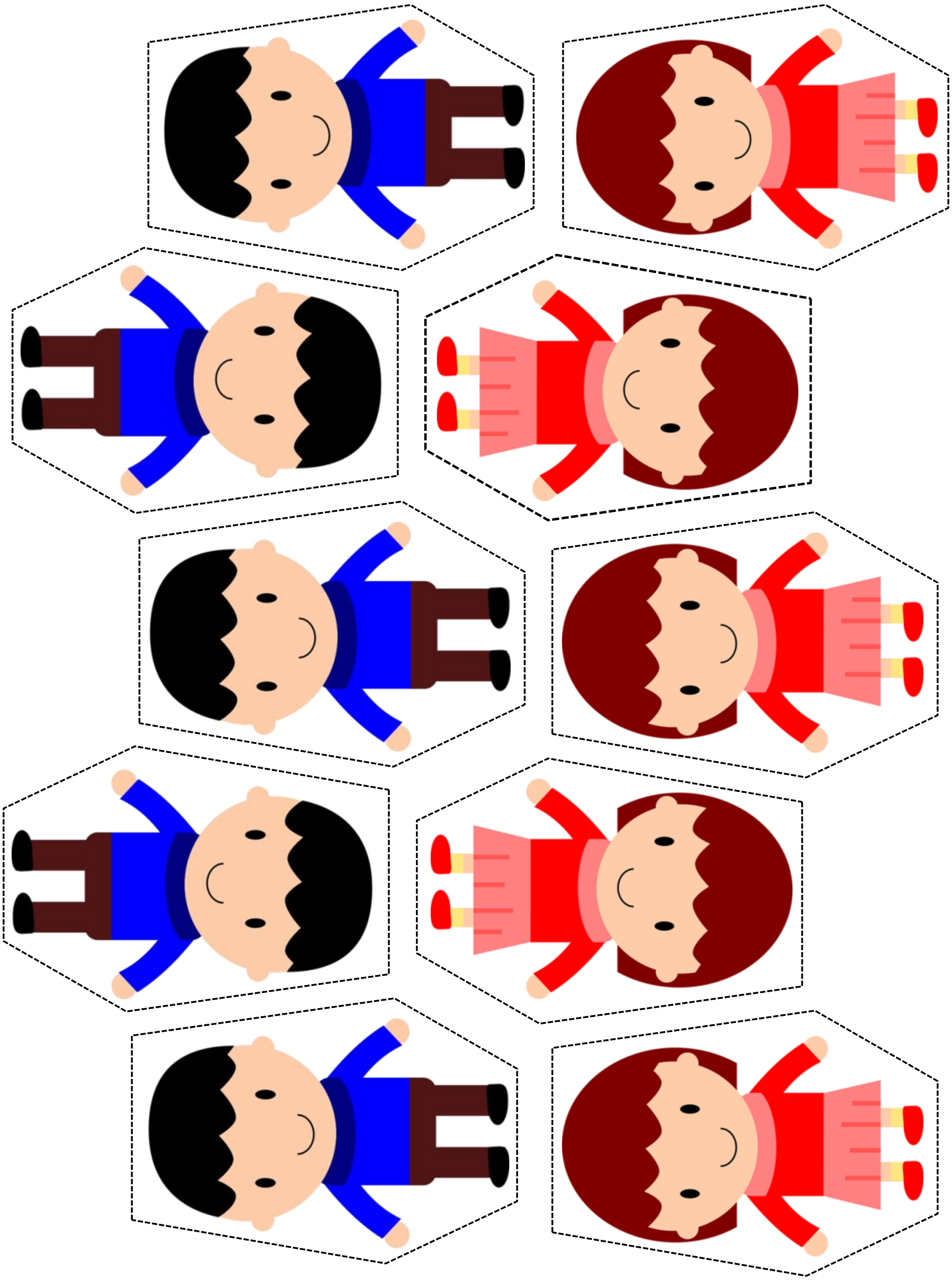
<u>Anregung für eine Hausaufgabe</u>

Ausgehend von Aufgabe 1) können die Kinder angeregt werden, selbst Fahrzeuge zu zählen, die in einer bestimmten Zeit an ihrem Zimmerfenster vorbeikommen. Dabei können z.B. auch Motorräder mit einbezogen werden. Basierend auf ihrer Zählung können die Kinder dann ähnliche Aufgaben stellen, z.B.:

„Vor meinem Zimmer fuhren viele Fahrzeuge vorbei. Die wurden von 40 Motoren angetrieben und rollten auf viermal so vielen Rädern. Es waren ebenso viele Fahrräder wie Autos dabei. Wie viele Fahrräder, Motorräder und Autos sind vor meinem Zimmerfenster entlang gefahren?"

(*Lösung: Es sind* ***je 20 Motorräder, Fahrräder und Autos*** *vor dem Fenster entlang gefahren.*)

3.1.1/8.3.1



Arbeitsblatt 9

1) *

Mia hat eine 60cm lange Kette aus gleich großen bunten Holzperlen. Sie nimmt drei rote und vier blaue Perlen herunter. Nun ist die Kette nur noch 46cm lang. Wie breit ist eine Holzperle?

Eine Holzperle ist 2cm breit.

2)

Setze für A, B, C, D und E Zahlen ein, die folgende Bedingungen erfüllen:

24		36
	12	
3		15

(a) A ist die Differenz von B und C.
(b) B ist das Produkt von C und D.
(c) C ist die Differenz von D und E.
(d) D ist der fünfte Teil von E.
(e) E ist die Summe aus 2; 6 und 7.

3) *

Jeder der Buchstaben des Wortes „KNOBELN" bezeichnet eine Zahl. Über diese Zahlen ist bekannt:

(a) $3 \cdot E - K = N$
(b) $K \cdot N = K$
(c) $2 \cdot K - B = N$
(d) $E + E = 4$
(e) $E + B - L = K$
(f) $K \cdot N \cdot O \cdot B \cdot E \cdot L \cdot N = 540$

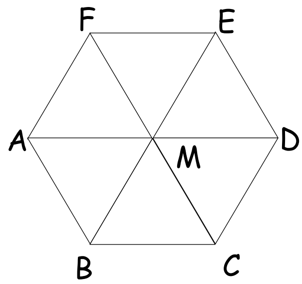
Welche Zahl bezeichnet der Buchstabe O?

Die Zahl 1.

4) *

Schreibe alle in der Figur vorkommenden Vierecke auf, bei denen D ein Eckpunkt ist. Schreibe sie so auf, dass D der zuerst genannte Eckpunkt ist (Bsp.: DEFM).

DEFM; DMBC; DEMC; DEFA; DABC; DEFC; DEBC



5) *

Herr Wagner fährt um 14.35 Uhr von zuhause los. Er hat 750km Wegstrecke vor sich. Seine Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 100km/h. Außerdem macht er dreimal für 15min und einmal für 40min Pause.

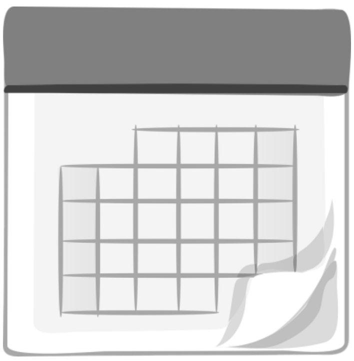
Wann ist er am Ziel?

Er ist 23.30 Uhr am Ziel.

6) *

Beim Blick in einen älteren Kalender von Frau Wagner fällt Mia auf, dass in diesem Jahr der Januar 4 Montage und 4 Freitage hatte.

Auf welchen Wochentag fiel Neujahr?



Neujahr fiel auf einen Dienstag.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 9

1) *Anzahl der entfernten Perlen:* $3 + 4 = 7$

Gesamtlänge der entfernten Perlen: 60cm - 46cm = 14cm

Breite einer Perle: 14cm : 7 Perlen = ***2cm/Perle***

Diese Aufgabe kann auch mittels einer Skizze gelöst werden.

2) Die Schwierigkeit dieser Aufgabe besteht v.a. darin, dass die Aussagen nicht in der gegebenen Reihenfolge „abzuarbeiten“ sind, sondern „von unten nach oben“ und darin, die Aussagen von der verbalen Formulierung in eine formal-mathematische zu übertragen. Zwar werden in der Grundschule nur z.T. Buchstaben als Variablen verwendet, doch „Platzhalteraufgaben“ sind durchaus Lehrplanbestandteil. Daher sollte dies für die Kinder kein Problem darstellen.

(e) $E = 2 + 6 + 7 = \mathbf{15}$

(d) $D = E : 5 = 15 : 5 = \mathbf{3}$

(c) $C = E - D = 15 - 3 = \mathbf{12}$

(b) $B = C \cdot D = 12 \cdot 3 = \mathbf{36}$

(a) $A = B + C = 36 + 12 = \mathbf{48}$

3) Diese Aufgabe ist 2) sehr ähnlich.

(d) $E + E = 4 \quad \rightarrow E = 2$

(b) $K \cdot N = K \quad \rightarrow N = 1 \qquad$ ($N = 0$ bzw. $K = 0$ entfällt durch (f))

(a) $3 \cdot E - K = N$

$3 \cdot 2 - K = 1 \quad \rightarrow K = 5$

(c) $2 \cdot K - B = N$

$2 \cdot 5 - B = 1 \quad \rightarrow B = 9$

(e) $E + B - L = K$

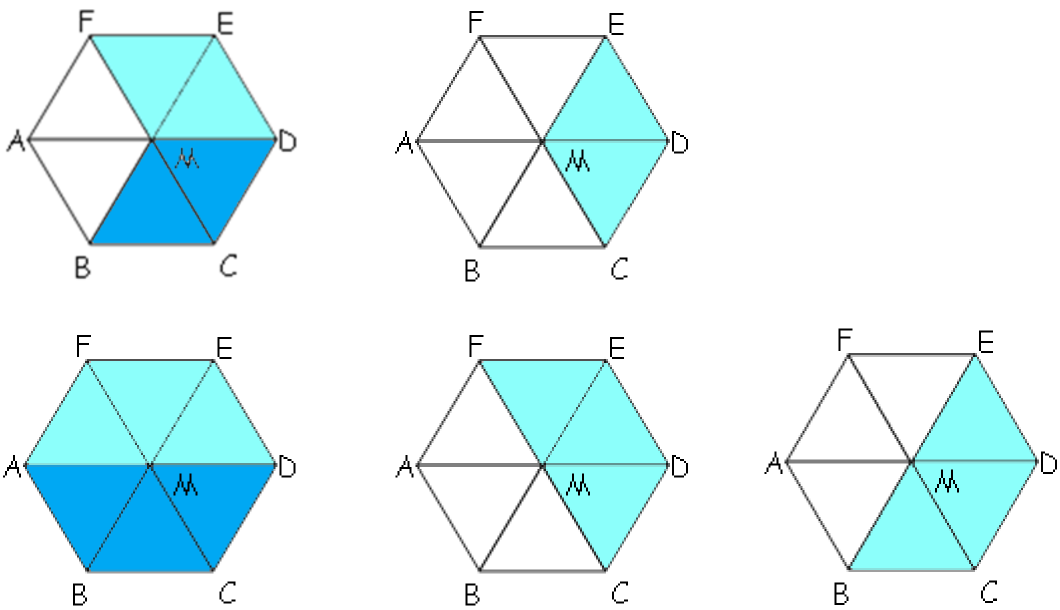
$2 + 9 - L = 5 \rightarrow L = 6$

(f) $K \cdot N \cdot O \cdot B \cdot E \cdot L \cdot N = 540$

$5 \cdot 1 \cdot O \cdot 9 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 1 = 540 \qquad \rightarrow \mathbf{O = 1}$

Es kann passieren, dass die Kinder das O für eine 0 halten. Dieses Missverständnis sollte in dem Fall geklärt werden. Ggf. kann auch darauf eingegangen werden, dass dies nach (f) gar nicht möglich ist.

4) Hier ist besonders darauf zu achten, dass die Eckpunkte in mathematisch positiver Richtung (also gegen den Uhrzeigersinn) notiert werden. Zudem gibt es Vierecke, die aus zwei und Vierecke, die aus drei Dreiecken zusammengesetzt sind. Günstig ist es meist, mit den Vierecken zu beginnen, die aus zwei Dreiecken zusammengesetzt sind (den Rauten) und sich dann den Trapezen aus drei Dreiecken zuzuwenden.
Um die Lösung zu finden, können die Vierecke entweder direkt aufgeschrieben werden oder in der Figur farbig ausgemalt werden. Dazu kann die Figur abgezeichnet oder ausgegeben werden (→KV 9.4.1). I.d.R. wird die Figur dazu fünfmal benötigt.

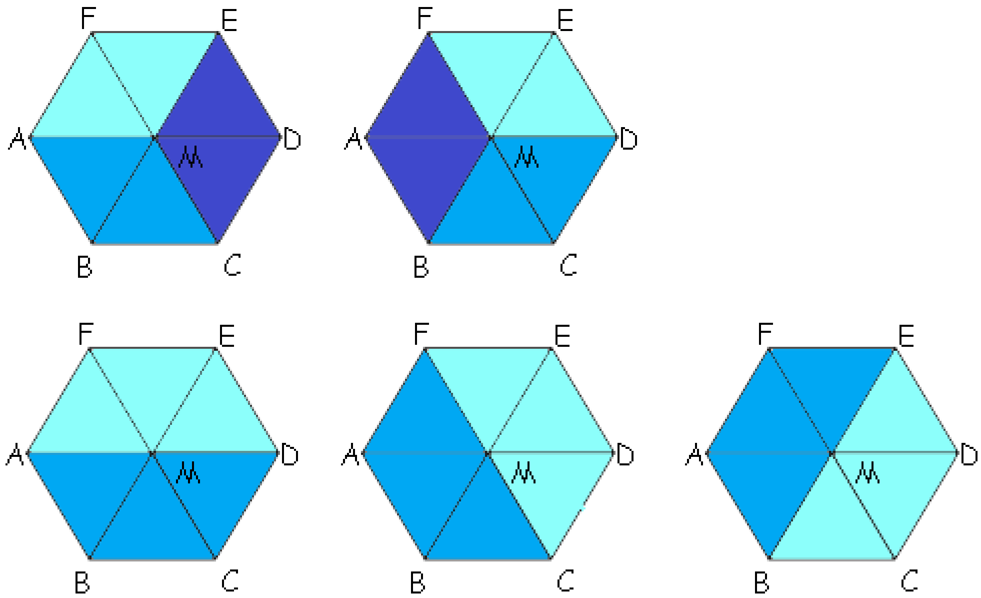


5)	*Fahrtzeit:*	*750km : 100km/h = 7,5 h = 7h 30min*
	Pausenzeit:	*3 · 15min + 40min = 85min = 1h 25min*
	Gesamtzeit:	*7h 30min + 1h 25min = 8h 55min*
	Ankunftszeit:	*14.35 Uhr + 8h 55min =* ***23.30 Uhr***

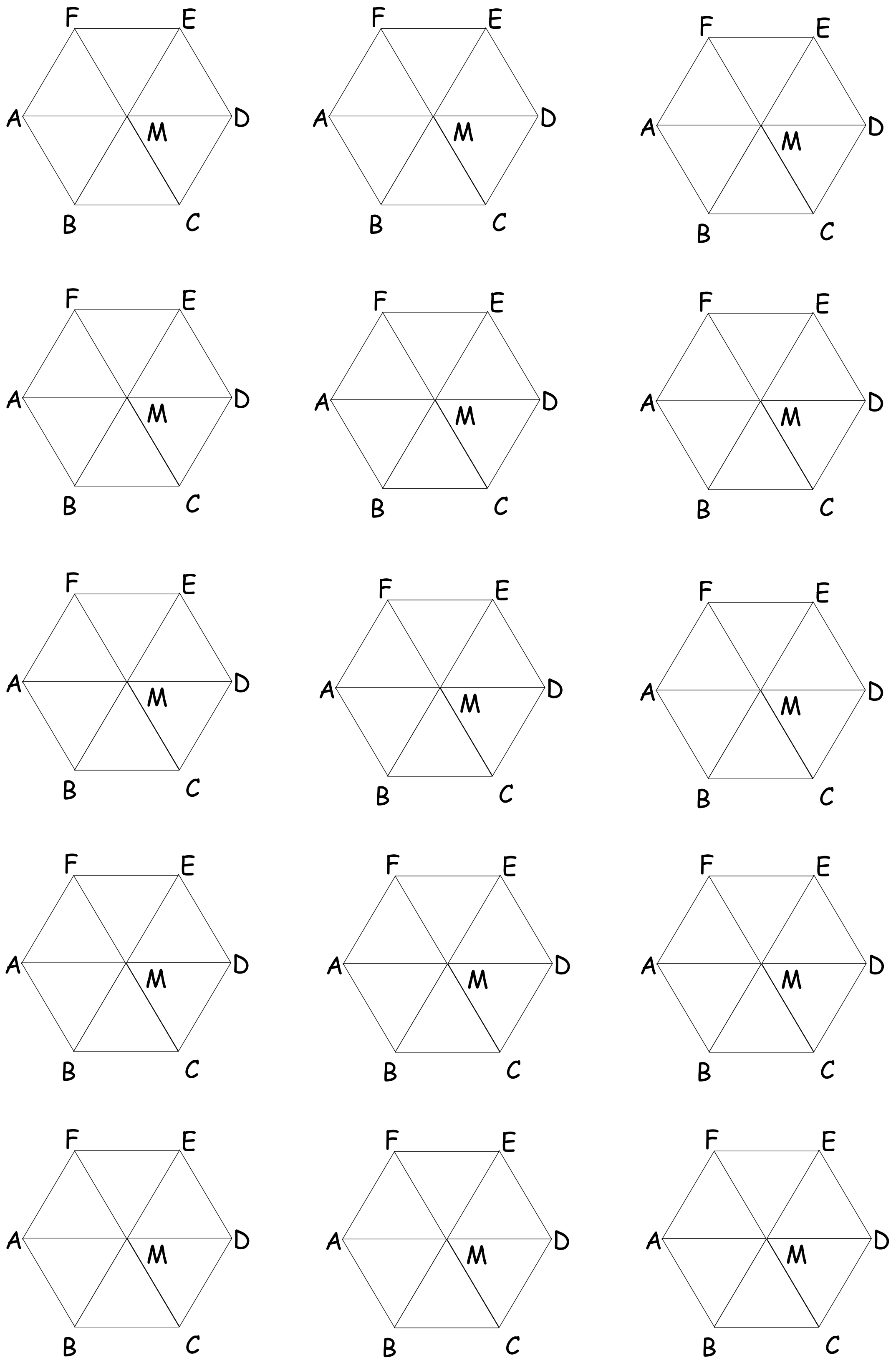
6) *Der Januar hat 31 Tage. 31 = 28 + 3 = 4 · 7 + 3*
Im Januar kommen also genau drei nacheinander liegende Wochentage fünfmal vor und die anderen Wochentage viermal. Die fünfmal vorkommenden Wochentage müssen hier Dienstag, Mittwoch und Donnerstag sein. Folglich fiel der Neujahrstag auf einen ***Dienstag****.*
Auch systematisches Probieren kann hier geeignet sein, um die Lösung zu erhalten.

Anregung für eine Hausaufgabe

In Aufgabe 4) war nur ein Teil der Vierecke gefragt. Es kann also durchaus interessant sein, nach allen Vierecken zu suchen. (*Lösung:* ***12 Vierecke***)



9.4.1


F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C
F E A D M B C

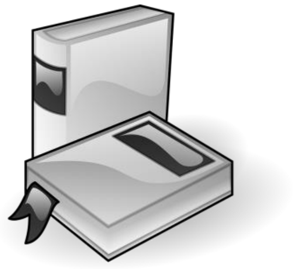
Arbeitsblatt 10

1) *

Zum Basteln einer Girlande muss Mia ein 6m langes Stück Kordel so in zwei Teile schneiden, dass der längere Teil 60cm länger ist als der kürzere Teil.
Wie lang müssen die beiden Kordelstücke sein?
Ein Kordelstück muss 2,70m lang sein, das andere muss 3,30m lang sein.

2) *

Frau Wagner hat sich zwei neue Bücher für insgesamt 41€ gekauft. Das eine Buch war 5€ billiger als das andere.
Wie viel haben die beiden Bücher jeweils gekostet?
Das eine Buch hat 18€ gekostet, das andere 23€.

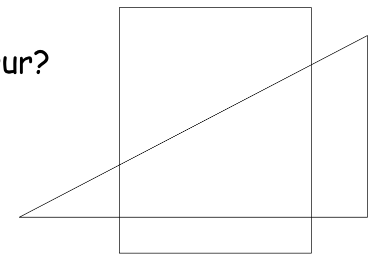


3) *

Im Süßwarenladen kauft Mia 3 Schokokäfer und 4 Gummischlangen für 1,08€.
Max kauft 7 Schokokäfer und 6 Gummischlangen für 2,12€.
Wie viel kostet eine Gummischlange? Wie viel kostet ein Schokokäfer?
Eine Gummischlange kostet 12ct, ein Schokokäfer kostet 20ct.

4) *

Wie viele Vierecke siehst du in der nebenstehenden Figur?
Ich sehe 8 Vierecke.



5) *

Anton, Ben, Christian, Daniel, Emil, Fritz und Gregor haben am 100-Meter-Lauf teilgenommen. Über ihre Platzierungen ist bekannt:

(a) Anton kam direkt vor Ben und unmittelbar nach Christian ins Ziel.

(b) Daniel lief gleich nach Emil ein.

(c) Fritz erzielte den mittleren der 7 Plätze.

Außerdem weiß man:

(d) Anton und Daniel kommen aus A-Dorf.

(e) Den zweiten Platz machte ein Junge aus B-Stadt.

Gib die Reihenfolge an, in der die Jungen ins Ziel kamen.

Gregor - Emil - Daniel - Fritz - Christian - Anton - Ben

6) *

Vier Herren mit den Namen Arzt, Fleischer, Bauer und Schlosser waren von Beruf Arzt, Fleischer, Bauer und Schlosser.

Weiterhin ist bekannt:

(a) Jeder der Herren hatte einen anderen Beruf und keiner übte den Beruf aus, der seinem Nachnamen entsprach.

(b) Der Bauer hatte die anderen Herren zur Einweihung der neuen Scheune eingeladen.

(c) Herr Schlosser kam kurz nach Herrn Arzt.

(d) Herr Arzt teilte mit, dass der vierte Herr leider nicht kommen könne, da er zu einem Patienten gerufen wurde.

Welcher Herr übte welchen Beruf aus?

Herr Arzt ist Schlosser, Herr Bauer ist Arzt, Herr Fleischer ist Bauer und Herr Schlosser ist Fleischer.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 10

1) Sollte den Kindern der Begriff „Kordel" nicht bekannt sein, sollte dieser erklärt werden. Zum Lösen dieser Aufgabe gibt es zwei Rechenwege:

$6m - 0{,}60m = 5{,}40m$ $\quad$ $5{,}40m : 2 = \mathbf{2{,}70m}$ $\quad$ $2{,}70m + 0{,}60m = \mathbf{3{,}30m}$

→ *Ein Kordelstück muss **2,70m**, das andere **3,30m** lang sein.*

ODER

$6m : 2 = 3m$ $\quad$ $0{,}60m : 2 = 0{,}30m$ $\quad$ $3m + 0{,}30m = \mathbf{3{,}30m}$

$3m - 0{,}3m = \mathbf{2{,}70m}$

→ *Man erhält dieselbe Lösung wie mit dem anderen Rechenweg.*

2) Die Aufgabe ist analog zu 1), was den Kindern i.d.R. auffällt. Entsprechend kann folgendermaßen gerechnet werden:

$41€ - 5€ = 36€$ $\quad$ $36€ : 2 = \mathbf{18€}$ $\quad$ $18€ + 5€ = \mathbf{23€}$

→ *Ein Buch hat **18€**, das andere **23€** gekostet.*

$41€ : 2 = 20{,}50€$ $\quad$ $5€ : 2 = 2{,}50€$ $\quad$ $20{,}50€ + 2{,}50€ = \mathbf{23€}$

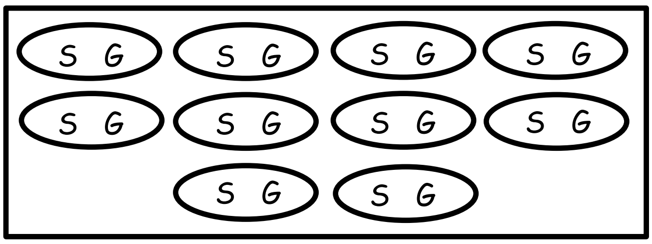
$20{,}50€ - 2{,}50€ = \mathbf{18€}$

→ *Man erhält dieselbe Lösung wie mit dem anderen Rechenweg.*

3) Diese Aufgabe fällt den Kindern meist besonders schwer, da sie auf ein lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen bei 2 Unbekannten (also einem eindeutig lösbaren) hinausläuft.

S…Schokokäfer; G…Gummischlangen

I	$3S + 4G = 1{,}08€$
II	$7S + 6G = 2{,}12€$
I + II	$10S + 10G = 3{,}20€$
Division mit 10:	$S + G = 0{,}32€$



Das Ausklammern von 10 (gedankliche Voraussetzung für die Division mit 10) kann bei Bedarf mit nebenstehender Skizze erläutert werden.

Einsetzen, z.B. in I: $3S + 4G = 3S + 3G + G = 1{,}08€$

$3 \cdot 0{,}32€ + G = 1{,}08€$

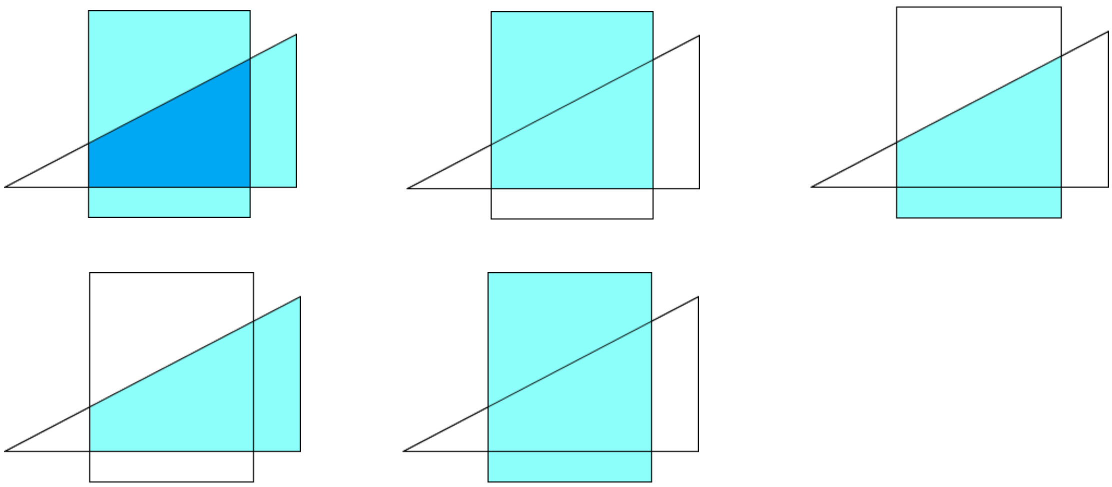
$0{,}96€ + G = 1{,}08€ \qquad \rightarrow \boldsymbol{G = 0{,}12€}$

Einsetzen, z.B. in I: $3S + 4 \cdot 0{,}12€ = 1{,}08€$

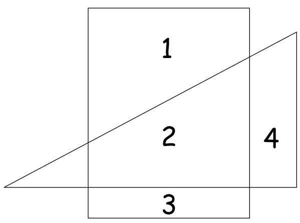
$3S + 0{,}48€ = 1{,}08€ \qquad \rightarrow \boldsymbol{S = 0{,}20€}$

Es erweist sich meist als sinnvoll, wenn die Kinder die Aufgabe, ggf. mit Unterstützung des Lehrers, an der Tafel lösen.

4) Derartige Aufgaben lassen sich meist am besten durch Färben der gesuchten Figuren lösen. Dazu kann die Figur abgezeichnet oder ausgegeben werden (→KV 10.4.1). I.d.R. wird die Figur dazu fünfmal benötigt.



Andernfalls können auch die vier „einfachen" Vierecke nummeriert werden (Das einfache Dreieck ist nicht Teil eines Vierecks.). Die zusammengesetzten Vierecke können dann notiert werden, indem die einfachen Vierecke, aus denen sie zusammengesetzt sind, aufgeschrieben werden.



4 einfache Vierecke: *1; 2; 3; 4*

4 zusammengesetzte Vierecke: *aus 1 und 2*

aus 2 und 3

aus 2 und 4

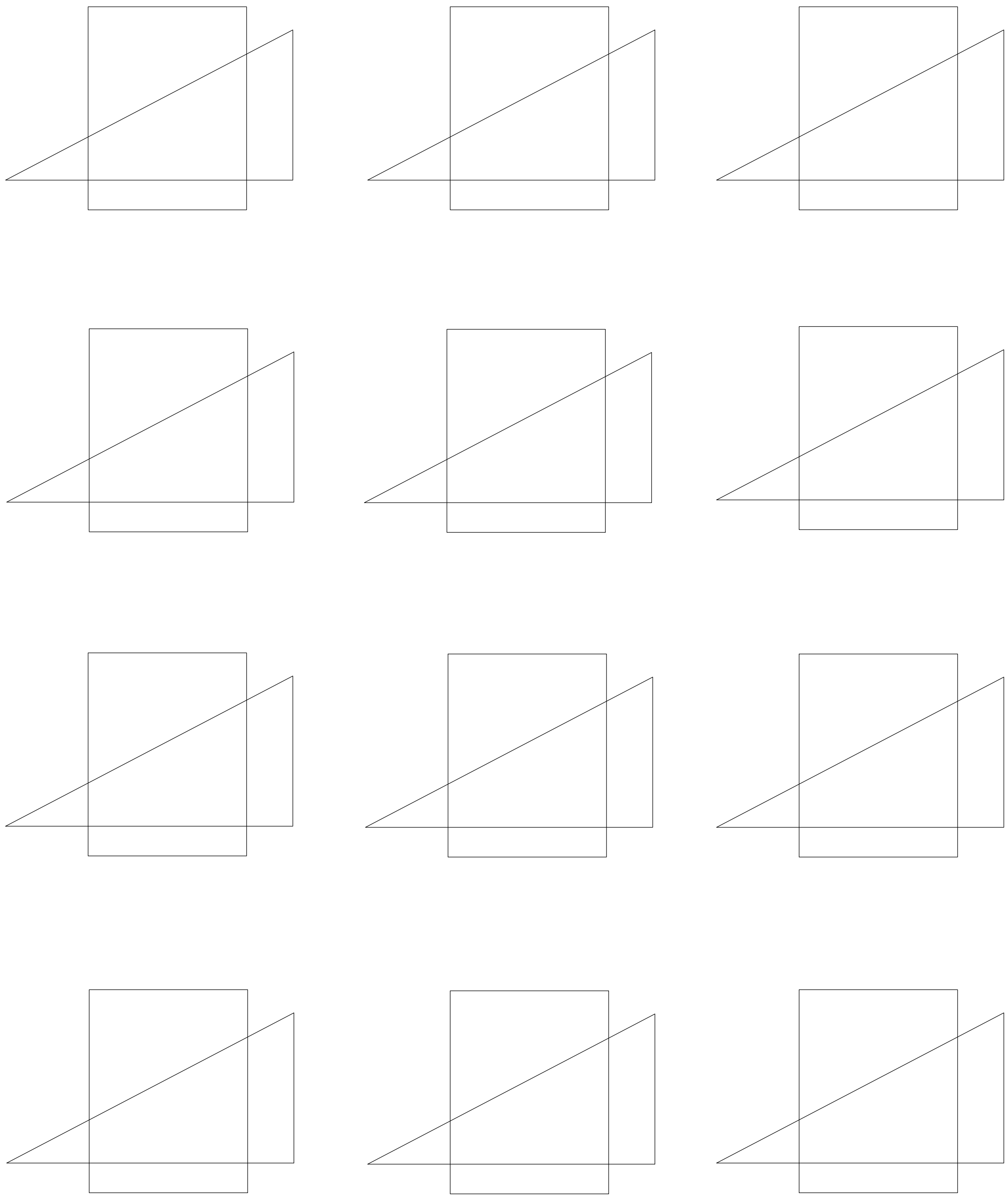
aus 1; 2 und 3

5) Die Schüler sollten zunächst versuchen, selbst und nur unter Verwendung eigener Hilfsmittel auf die Lösung zu kommen.
Sollte dies nicht gelingen, können z.B. die Namenskärtchen (→KV 10.5.1) zum Probieren an der Tafel genutzt werden.

6) Auch zur Lösung dieses Logicals eignet sich eine Tabelle (siehe Aufgabe 5/4, →KV 10.6.1). Besonders wichtig ist hier, dass die Kinder nicht Namen und Berufe verwechseln. Um die Aussagen systematisch abarbeiten zu können, ist es sinnvoll, wenn bereits genutzte Aussagen abgehakt (oder anderweitig markiert) werden.

		Name			
Beruf		*Arzt*	*Bauer*	*Fleischer*	*Schlosser*
	Arzt	-	+	-	-
	Bauer	-	-	+	-
	Fleischer	-	-	-	+
	Schlosser	+	-	-	-

10.4.1



10.5.1

Anton	Ben
Emil	Fritz
Christian	
Daniel	
Gregor	

10.6.1

	Name				
Beruf		Arzt	Bauer	Fleischer	Schlosser
	Arzt				
	Bauer				
	Fleischer				
	Schlosser				

	Name				
Beruf		Arzt	Bauer	Fleischer	Schlosser
	Arzt				
	Bauer				
	Fleischer				
	Schlosser				

	Name				
Beruf		Arzt	Bauer	Fleischer	Schlosser
	Arzt				
	Bauer				
	Fleischer				
	Schlosser				

	Name				
Beruf		Arzt	Bauer	Fleischer	Schlosser
	Arzt				
	Bauer				
	Fleischer				
	Schlosser				

	Name				
Beruf		Arzt	Bauer	Fleischer	Schlosser
	Arzt				
	Bauer				
	Fleischer				
	Schlosser				

Arbeitsblatt 11

1)

Ergänze die Tabelle und begründe.

	x	y	z	x - z	(x + y) · z
a)	9	2	4	5	44
b)	12	8	5	7	100
c)	17	33	7	10	350

2) *

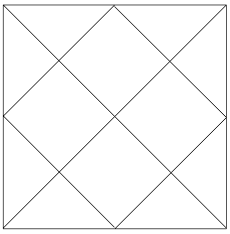
Von 40kg Gummibärchen hat ein Supermarkt einen Teil verkauft. Es blieben 8kg mehr übrig als verkauft wurden.

Wie viele Kilogramm Gummibärchen wurden verkauft?

Es wurden 16kg Gummibärchen verkauft.

3) *

Sieh dir die nebenstehende Figur gut an.



a) Wie viele Quadrate erkennst du? 6

b) Wie viele Dreiecke erkennst du? 20

c) Wie viele Vierecke erkennst du? 38

4) *

In Mias Klasse gehen 13 Kinder in die AG Mathematik und 15 Kinder gehen in den Schulchor. 9 Kinder besuchen beide Arbeitsgemeinschaften, 7 Kinder nehmen an keiner von beiden teil.

Wie viele Kinder gehen insgesamt in die Klasse?

In die Klasse gehen 26 Kinder.

5) *

Herr Wagner fährt mit dem ICE von Berlin nach Hannover. Der Zug braucht für diese Strecke insgesamt 1h 45min. Nach dem dritten Teil der Fahrtzeit schläft Herr Wagner ein. Als der Zug 45min nach dem Start stark bremst, wacht Herr

Wagner auf. Nach einem Viertel der restlichen Fahrtzeit schläft er wieder ein. Nachdem von der zu diesem Zeitpunkt noch verbliebenen Fahrtzeit gerade der dritte Teil vergangen ist, weckt der Schaffner Herrn Wagner auf. Dieser bleibt 5min wach und schläft dann bis zur Ankunft in Hannover durch.

a) Wie lange hat er insgesamt geschlafen?

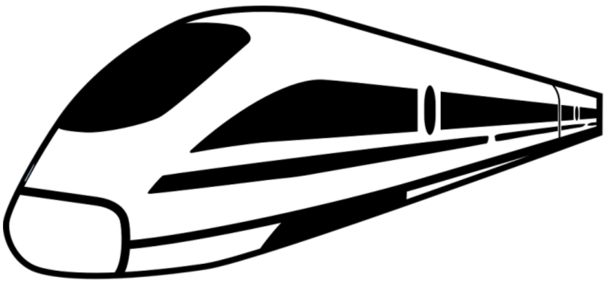
50min

b) Was war die längste Zeit, die er ununterbrochen wach war?

35min

c) Was war die längste Zeit, die er ununterbrochen geschlafen hat?

25min



Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 11

1) Das Umformen von Termen und Gleichungen mit mehreren Unbekannten ist nicht Inhalt des Mathematikunterrichts der Grundschule. Aufgrund des Zahlenmaterials und der Aufgabenstruktur sind die Schüler aber, vorausgesetzt sie kennen grundlegende Rechenregeln (z.B. Punktrechnung vor Strichrechnung), durchaus in der Lage, diese Aufgaben zu lösen. Durch schrittweises Notieren können sie die Lösung erfassen. Daher kann die Nutzung eines Extrablattes für die Rechnungen sehr hilfreich sein.

a) $x - z = 5$

$9 - z = 5 \quad \rightarrow \mathbf{z = 4}$

$\mathbf{(x + y) \cdot z} = (9 + 2) \cdot 4 = 11 \cdot 4 = \mathbf{44}$

b) $(x + y) \cdot z = 100$

$(12 + 8) \cdot z = 100$

$20 \cdot z = 100 \quad \rightarrow \mathbf{z = 5}$

$\mathbf{x - z} = 12 - 5 = \mathbf{7}$

c) $x - z = 10$

$x - 7 = 10 \quad \rightarrow \mathbf{x = 17}$

$(x + y) \cdot z = 350$

$(17 + y) \cdot 7 = 350$

$\underbrace{(17 + y)}_{50} \cdot 7 = 350 \quad \rightarrow 17 + y = 50 \quad \rightarrow \mathbf{y = 33}$

2) Diese Aufgabe ist hinsichtlich der Aufgabenstruktur identisch mit den Aufgaben 1) und 2) auf Arbeitsblatt 10. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Kinder auch ähnliche Rechenwege anwenden.

Es gibt derer im Wesentlichen zwei:

40kg - 8kg = 32kg   *32kg : 2 =* ***16kg***   *16kg + 8kg =* ***24kg***

→ *Es wurden* ***16kg verkauft*** *und* ***24kg blieben übrig****.*

ODER

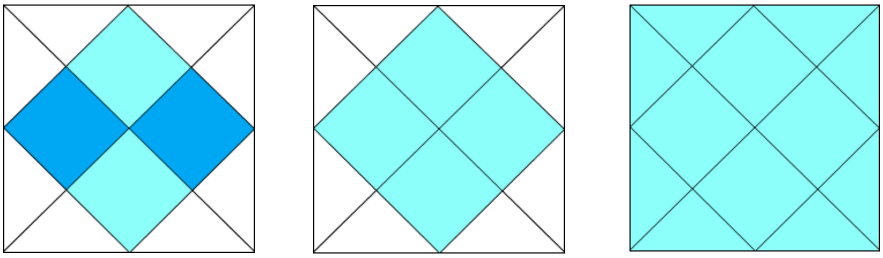
40kg : 2 = 20kg   *8kg : 2 = 4kg*   *20kg + 4kg =* ***24kg***

20kg - 4kg = ***16kg***

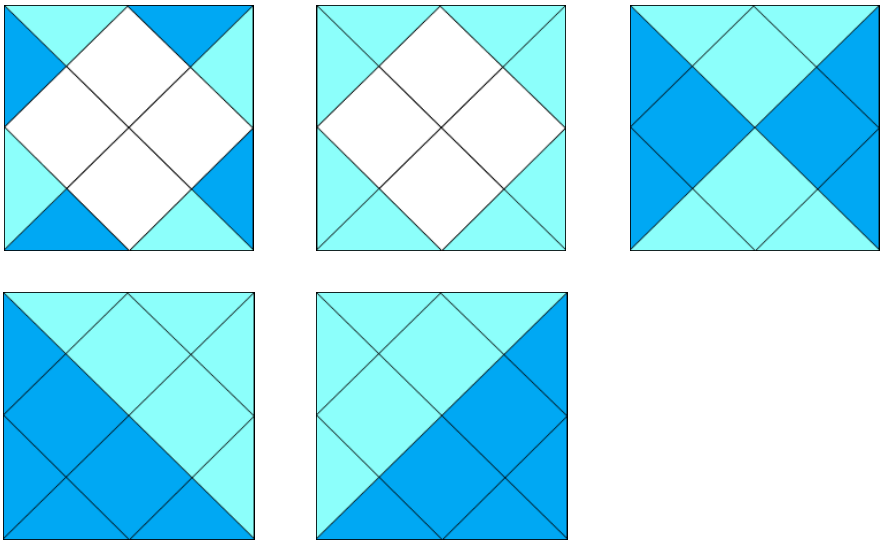
→ *Man erhält dieselbe Lösung wie mit dem anderen Rechenweg.*

3) Durch die recht hohe Komplexität der Figur muss, insbesondere in den Teilaufgaben b) und c) gewährleistet werden, dass die Kinder einen systematischen Lösungsweg finden. Dies gelingt besonders gut, wenn die Kinder die Figur mehrfach in ihren AG-Hefter abzeichnen und dann die gefundenen Figuren einzeichnen. Bei mehrfach vorkommenden, zueinander kongruenten Figuren, ist es i.d.R. ausreichend, diese einmal einzuzeichnen und zu vermerken, wie oft diese Figur insgesamt vorkommt. Durch das Zeichnen werden zudem die motorischen Fertigkeiten geübt. Sollte dazu nicht ausreichend Zeit zur Verfügung stehen, kann auf die Kopiervorlage (→KV 11.3.1) zurückgegriffen werden.

a) *Es gibt **6** Quadrate:* *4 x aus 1 Teilfläche*
1 x aus 4 Teilflächen
1 x aus 12 Teilflächen

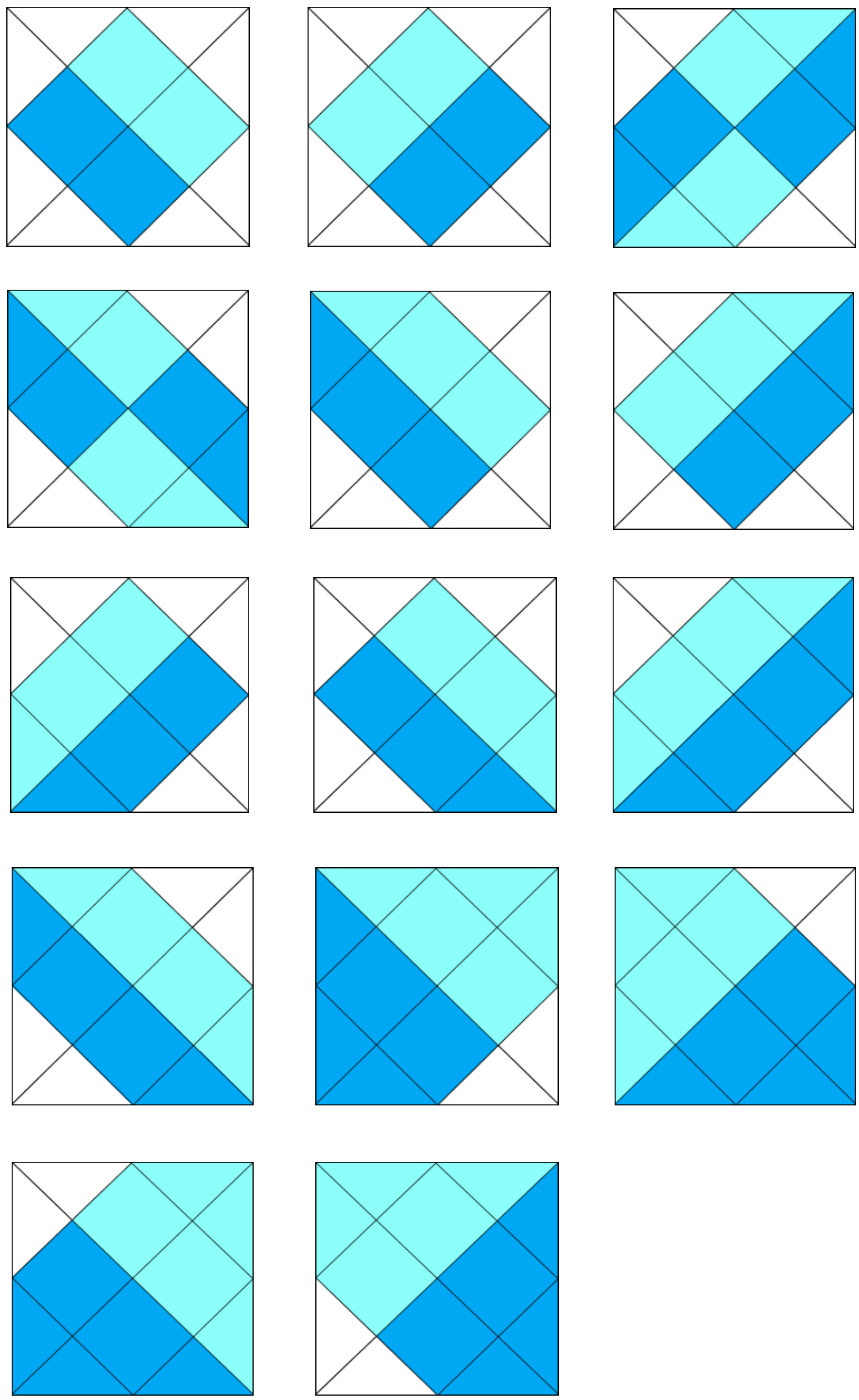


b) *Es gibt **20** Dreiecke:* *8 x aus 1 Teilfläche*
4 x aus 2 Teilflächen
4 x aus 3 Teilflächen
4 x aus 6 Teilflächen



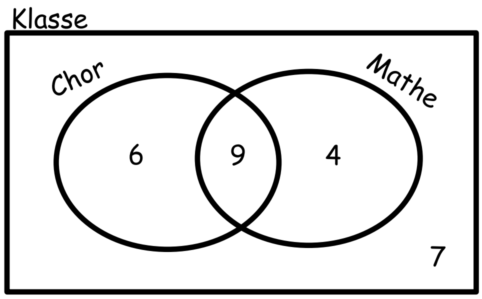
c) *Es gibt **38** Vierecke:*

6 Quadrate (siehe a))
4 Rechtecke aus je 2 Teilflächen
8 Trapeze aus je 2 Teilflächen
8 Trapeze aus je 3 Teilflächen
4 Trapeze aus je 4 Teilflächen
8 allgemeine Vierecke aus je 5 Teilflächen



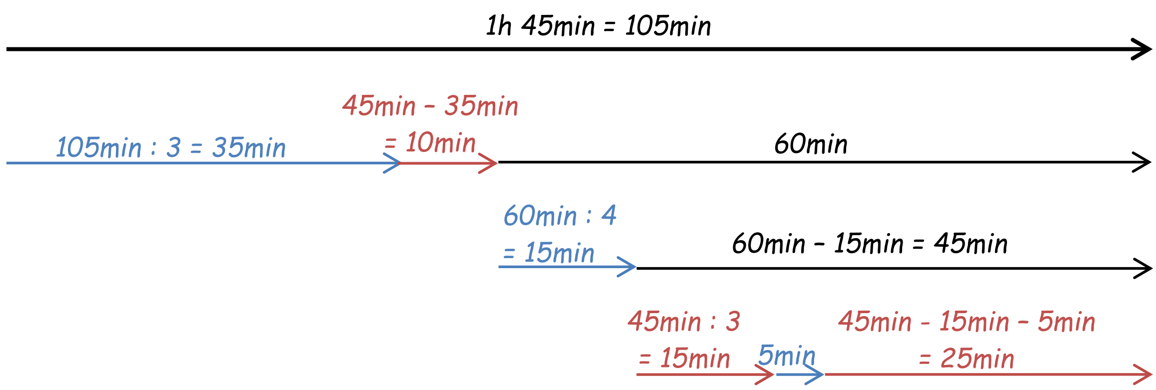
Sollte das Trapez als besonderes Viereck zum Zeitpunkt der Bearbeitung der Aufgabe noch nicht Thema des Mathematikunterrichts gewesen sein, ist eine kurze Einführung sinnvoll.

4) VENN-Diagramme werden zwar i.A. erst im Mathematikunterricht der weiterführenden Schule genutzt, allerdings können auch Dritt- bzw. Viertklässler diese gut verstehen. Sie sind daher gut geeignet, um die Aufgabenstellung zu verstehen bzw. zu veranschaulichen.
Ein häufiger Fehler ist, dass einfach alle Zahlenwerte aus der Aufgabenstellung addiert werden. Meist erkennen die Kinder diesen aber selbst am unsinnigen Ergebnis (44 Kinder in einer Klasse).
Schnell wird klar, dass die Anzahl der Kinder, die beide Arbeitsgemeinschaften besuchen, von der Summe der anderen Zahlen abgezogen werden muss, da diese sonst „doppelt“ gezählt würden.



In die Klasse gehen insgesamt
13 + 15 - 9 + 7 = ***26 Kinder****.*

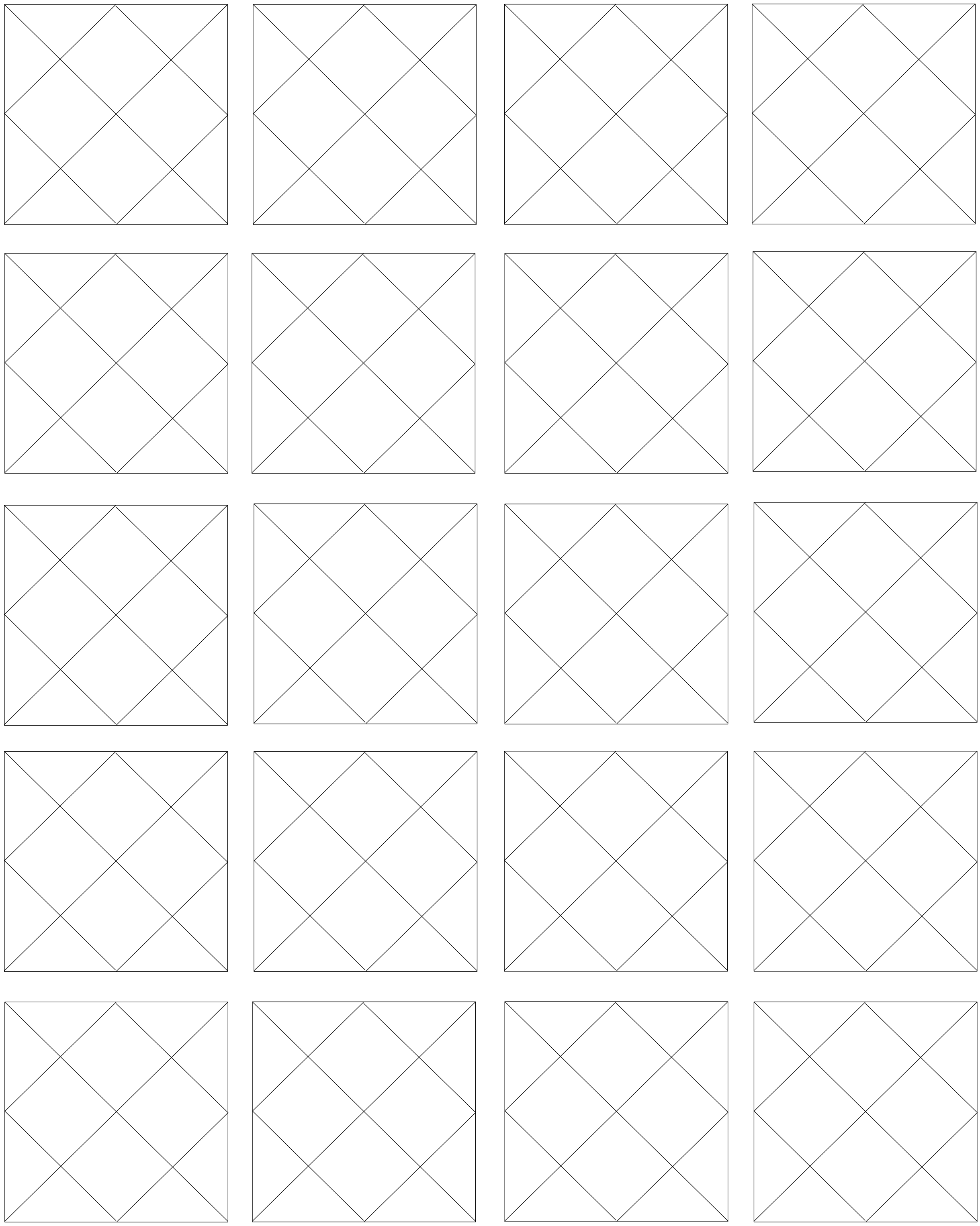
5) Das Problem kann gut mit einem Pfeilbild veranschaulicht werden. Dabei ist es praktisch, mit verschiedenen Farben für Wachen und Schlafen (hier blau und rot in dieser Reihenfolge) zu arbeiten, um den Überblick zu verbessern. Die Kinder können so die komplexe Aufgabenstellung (u.U. mit Anleitung durch den AG-Leiter) besser verstehen und in Teilaufgaben strukturieren.
Hierzu ein Vorschlag (Skizze nicht maßstäblich):



a) *10min + 15min + 25min = **50min***

b), c) *kann direkt aus der Skizze abgelesen werden*

11.3.1



Arbeitsblatt 12

1)

Vervollständige die Tabelle.

	x	y	z	x – y · z	(x – y) · z
a)	99	49	2	1	100
b)	34	2	3	28	96
c)	3	2	0 1	3 1	0 1

2)

Fülle in jeder Zahlenfolge die Leerstellen. Welche Gesetzmäßigkeiten hast du erkannt?

a) 37 54 71 88 105 122 139 156

Von Folgenglied zu Folgenglied wird stets 17 addiert.

b) 145 126 107 88 69 50 31 12

Von Folgenglied zu Folgenglied wird stets 19 subtrahiert.

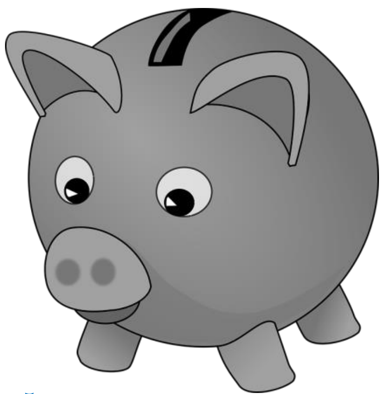
c) 25 50 35 60 45 70 55 80

Es wird stets abwechselnd 25 addiert und 15 subtrahiert.

3) *

Zahlo stellt Max einige seiner vielen Zahlenrätsel. Für jedes richtig gelöste Rätsel gibt er ihm 10ct in sein Sparschwein. Für jedes falsch gelöste Rätsel muss Max 5ct zurückgeben. Nach 20 gelösten Aufgaben hat Max 80ct.

Wie viele Rätsel hat er richtig gelöst? Wie viele Rätsel hat er falsch gemacht?



Er hat 12 Rätsel richtig gemacht und 8 Rätsel falsch gemacht.

ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 7

Ich schreibe eine dreistellige Zahl auf, die mit 0 endet. Dann schreibe ich diese Zahl nochmal, streiche diesmal aber die 0 weg. Dann addiere ich die beiden entstandenen Zahlen. Das Ergebnis liegt zwischen 620 und 630.

Welche Zahl habe ich aufgeschrieben? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

Zahlo hat die Zahl 570 aufgeschrieben. Es gibt keine weiteren Möglichkeiten.

4) *

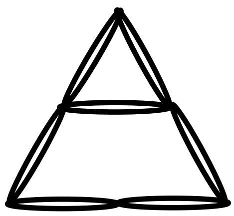
Die Schüler in Max' Klasse unterhalten sich über die letzten Ferien. Dabei stellt sich heraus, dass 14 Kinder schon einmal an der Ostsee und 10 Kinder schon einmal in den Alpen waren. 6 Kinder haben schon beide Urlaubsziele besucht, 7 Kinder haben noch keines von beiden gesehen.

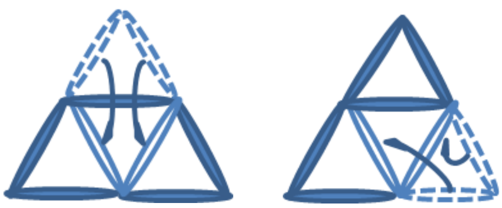
Wie viele Kinder sind in der Klasse?

In der Klasse sind 25 Kinder.

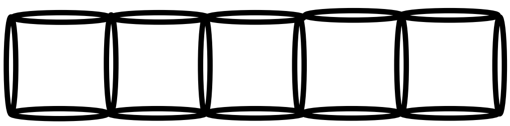
5)

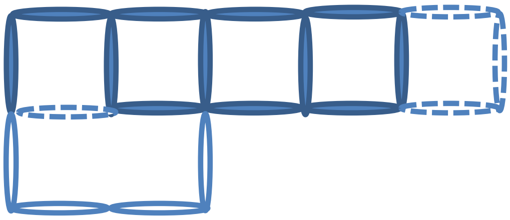
a) Lege zwei Hölzchen so um, dass aus den 2 Dreiecken 3 Dreiecke entstehen.

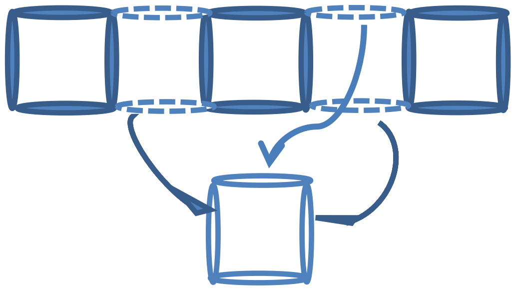




b) Lege 4 Hölzchen um, sodass aus den 5 Quadraten 4 Quadrate werden.







Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 12

1) Das Aufgabenformat dürfte den Kindern schon von Aufgabe 11/1 bekannt sein. In dieser Aufgabe treten nun erstmals Ausdrücke auf, die nicht eindeutig lösbar sind.

a) $\mathbf{x - y \cdot z} = 99 - 49 \cdot 2 = 99 - 98 \mathbf{= 1}$

$\mathbf{(x - y) \cdot z} = (99 - 49) \cdot 2 = 50 \cdot 2 \mathbf{= 100}$

b) $x - y \cdot z = 28$

$34 - \underbrace{2 \cdot z} = 28$

$34 - \quad 6 \quad = 28 \qquad \rightarrow 2 \cdot z = 6 \quad \rightarrow \mathbf{z = 3}$

$\mathbf{(x - y) \cdot z} = (34 - 2) \cdot 3 = 32 \cdot 3 \mathbf{= 96}$

c) *Da keinerlei Informationen über z zur Verfügung stehen, gibt es unendlich viele Lösungen für z ε R und somit auch für die Ausdrücke, die z enthalten.*

Da in der Grundschule allerdings i.A. nur mit natürlichen Zahlen gerechnet wird und damit kein Ausdruck kleiner als 0 werden darf, ergeben sich folgende Lösungen:

$x - y \cdot z = 3 - 2 \cdot z \geq 0$

$\rightarrow \mathbf{z = 0} \qquad \rightarrow \mathbf{x - y \cdot z} = 3 - 2 \cdot 0 \mathbf{= 3}$

$\qquad\qquad\quad \rightarrow \mathbf{(x - y) \cdot z} = (3 - 2) \cdot 0 \mathbf{= 0}$

ODER

$\rightarrow \mathbf{z = 1} \qquad \rightarrow \mathbf{x - y \cdot z} = 3 - 2 \cdot 1 \mathbf{= 1}$

$\qquad\qquad\quad \rightarrow \mathbf{(x - y) \cdot z} = (3 - 2) \cdot 1 \mathbf{= 1}$

2) Eine mündliche Formulierung der Bildungsvorschrift der Zahlenfolgen soll hier genügen. Die Rekursionsformeln lauten (auch wenn diese den Schülern selbstverständlich nicht abzuverlangen sind):

a) $a_{n+1} = a_n + 17; \qquad a_1 = 37$

b) $a_{n+1} = a_n - 19; \qquad a_1 = 145$

c) $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 25 & \forall\ n = 2k + 1;\ k\ \varepsilon\ N \\ a_n - 15 & \forall\ n = 2k;\ k\ \varepsilon\ N \end{cases} \qquad a_1 = 25$

Um die Bildungsvorschrift zu finden, ist es sinnvoll, die Zahlenfolgen in großer Schrift abzuschreiben und Pfeile zwischen die einzelnen Glieder zu zeichnen, die mit einem möglichen erfolgten Rechenschritt beschriftet sind, z. B.:

$$37 \xrightarrow{+17} 54 \xrightarrow{+17} 71 \xrightarrow{+17} 88 \qquad \dots$$

Alternativ kann dies aber auch direkt auf dem Blatt erfolgen, am besten mit Bleistift.

Die Teilaufgabe c) fällt den Schülern i.d.R. am schwersten.

3) Auch diese Aufgabe lässt sich als lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten und zwei Gleichungen darstellen.

r...richtig gelöste Aufgaben   f...falsch gelöste Aufgaben

I $r + f = 20$

II $10r - 5f = 80$

Lösung: $\mathbf{r = 12; f = 8}$

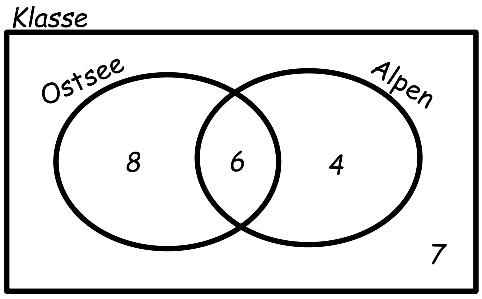
Für Grundschüler ist das systematische Probieren eine geeignete Möglichkeit, zur Lösung zu gelangen. Dazu kann beispielsweise eine Tabelle (→KV 12.3.1) genutzt werden. Es ist in diesem Fall empfehlenswert, zuerst den Fall „10 richtig, 10 falsch gelöst" zu prüfen, da danach nur noch halb so viele Fälle ausprobiert werden müssen.

ZR7 *Den Angaben zufolge ist die dreistellige Zahl das Zehnfache der zweistelligen Zahl. Folglich ist die Summe aus beiden Zahlen das Elffache der zweistelligen Zahl. Zwischen 620 und 630 gibt es nur eine Zahl, die durch 11 teilbar ist: 627.*

627 : 11 = 57 → *Die gesuchte Zahl war* ***570****.*

Alternativ ist bei diesem Zahlenrätsel auch Probieren ein geeigneter Lösungsweg, insbesondere da die Teilbarkeitsregel für die Zahl 11 den meisten Kindern nicht bekannt sein dürfte.

4) Diese Aufgabe ist hinsichtlich der Aufgabenstruktur identisch der Aufgabe 11/4, weshalb sie auch auf die gleiche Weise gelöst werden kann.



In die Klasse gehen insgesamt
*14 + 10 - 6 + 7 = **25 Kinder**.*

5) Die Kinder können allein, aber auch in Partnerarbeit knobeln. Es ist sehr hilfreich, Streichhölzer o.ä. als Veranschaulichung zu nutzen, sodass die Kinder aktiv probieren können.

12.3.1

richtig	falsch	Geld	

richtig	falsch	Geld	

richtig	falsch	Geld	

richtig	falsch	Geld	

Arbeitsblatt 13

1)

Vervollständige die Tabelle.

	x	y	z	x · y - (x + z)	x · y + (x + z)
a)	3	2	1	2	10
b)	3	3	6	0	18
c)	5	4	2	13	27

2) *

Die Wagners trinken insgesamt 32l in 4 Tagen.

a) Wie viel trinken sie an einem Tag? Wie viel in 5?

An einem Tag trinken sie 8l. In 5 Tagen trinken sie 40l.

b) Wie lange brauchen sie, um zusammen 60l zu trinken?

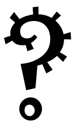
Sie brauchen 7,5 Tage.

3) *

Eine Schnecke kriecht auf einen 7m hohen Baum. Am Tag schafft sie 2m, in der Nacht rutscht sie wieder 1m zurück.

Am wievielten Tag erreicht sie die Baumspitze?

Am sechsten Tag erreicht sie die Baumspitze.



ZAHLOS ZAHLENRÄTSEL NR. 8

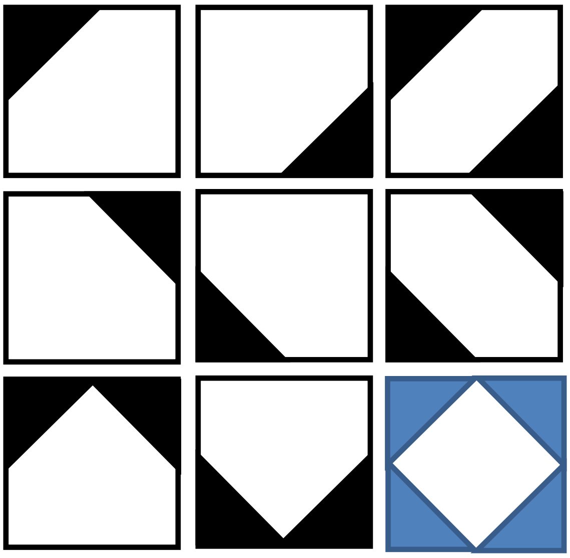
Ich schreibe eine dreistellige Zahl auf, die an der Zehnerstelle eine 0 hat. Wenn ich diese 0 streiche und die so erhaltene zweistellige Zahl von der dreistelligen Zahl subtrahiere, erhalte ich 720.

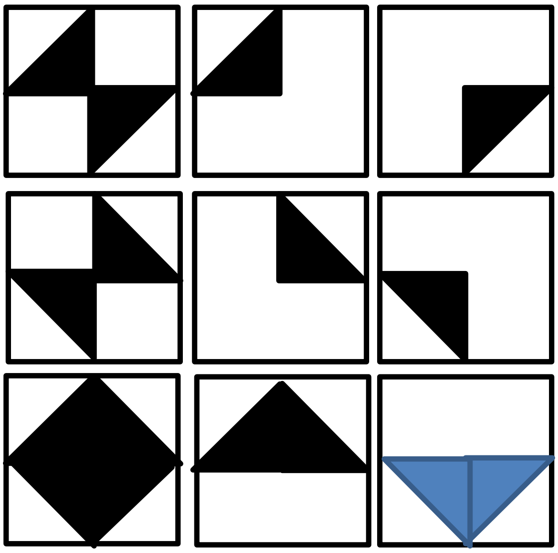
Wie könnte meine Zahl lauten?

Es gibt 10 mögliche Zahlen: 800; 801; 802; 803; …; 808; 809

4)

Setze die fehlenden Zeichen in die leeren Felder und begründe.





In jeder Zeile ist das 3. Zeichen die „Summe“ aus dem 1. und dem 2. Zeichen der Zeile. Zudem ist in jeder Spalte das 3. Zeichen die „Summe“ aus dem 1. und dem 2. Zeichen der Spalte.

In jeder Zeile ist das 3. Zeichen die „Differenz“ aus dem 1. und dem 2. Zeichen der Zeile. Zudem ist in jeder Spalte das 3. Zeichen die „Summe“ aus dem 1. und dem 2. Zeichen der Spalte.

5) *

In einem Kaugummi-Automaten gibt es Kaugummis für 10ct pro Stück. Man kann diese nur mit 10ct- und 20ct-Münzen bezahlen. Für die Bezahlung von 3 Kaugummis gibt es, unter Beachtung der Reihenfolge des Geldeinwurfs, genau 3 Möglichkeiten:

10ct + 10ct + 10ct; 20ct + 10ct; 10ct + 20ct

a) Ermittle, wie viele Möglichkeiten es zur Bezahlung von 4; 5 und 6 Kaugummis gibt. Welche Gesetzmäßigkeit gilt?

4 Kaugummis: 5 Möglichkeiten

5 Kaugummis: 8 Möglichkeiten

6 Kaugummis: 13 Möglichkeiten

Die Anzahl der Einwurfmöglichkeiten für n Kaugummis ergibt sich als Summe der Anzahl der Einwurfmöglickeiten bei n - 1 und n - 2 Kaugummis.

b) Wende die Gesetzmäßigkeit an, um die Anzahl der Möglichkeiten zur Bezahlung von 10 Kaugummis zu berechnen.

10 Kaugummis: 89 Möglichkeiten

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 13

1) Das Aufgabenformat ist den Kindern bereits von den beiden vorangegangen Arbeitsblättern bekannt. Daher sollten keine größeren Probleme bei der Bearbeitung auftreten.

a) $\mathbf{x \cdot y - (x + z)} = 3 \cdot 2 - (3 + 1) = 6 - 4 \mathbf{= 2}$

$\mathbf{x \cdot y + (x + z)} = 3 \cdot 2 + (3 + 1) = 6 + 4 \mathbf{= 10}$

b) $x \cdot y - (x + z) = 0$

$3 \cdot 3 - (3 + z) = 0$

$9 - (3 + z) = 0 \qquad \rightarrow \mathbf{z = 6}$

$\mathbf{x \cdot y + (x + z)} = 3 \cdot 3 + (3 + 6) = 9 + 9 \mathbf{= 18}$

c) $x \cdot y + (x + z) = 27$

$5 \cdot y + (5 + 2) = 27$

$\underbrace{5 \cdot y} + 7 = 27$

$20 + 7 = 27 \qquad \rightarrow 5 \cdot y = 20 \qquad \rightarrow \mathbf{y = 4}$

$\mathbf{x \cdot y - (x + z)} = 5 \cdot 4 - (5 + 2) = 20 - 7 \mathbf{= 13}$

2) Diese Aufgabe beruht, wie Aufgabe 1/3, auf dem Dreisatz in einfacher Form. Zwar wird dieser erst im Mathematikunterricht der 6. Klasse behandelt. Doch auch für Grundschüler sind diese Aufgaben bereits zum Knobeln gut geeignet und daher auch in Mathematikbüchern vertreten.

Allerdings birgt die Aufgabe für Grundschüler noch eine weitere Hürde, da sie im Umgang mit Einheiten noch nicht hinreichend geschult sind (Das Kürzen von Einheiten wird erst im Physikunterricht der 6. bzw. 7. Klasse gelehrt.). Hier muss also entweder ohne Einheiten gerechnet oder auf das Ergänzen zur Multiplikation anstelle der Division zurückgegriffen werden.

a) *32l : 4d =* ***8l/d***

8l/d · 5d = ***40l***

b) *60l : 8l/d =* ***7,5d***

Insbesondere Teilaufgabe b) kann aber auch gut durch Probieren gelöst werden. Da die Lösung keine ganze Zahl ist, ist der Schwierigkeitsgrad leicht erhöht.

3) Zur Veranschaulichung der Aufgabe kann eine Skizze hilfreich sein, in der die „Schritte" der Schnecke einfach eingetragen werden. Alternativ kann auch gerechnet werden.

Aus der Beschreibung der Bewegung geht hervor, dass die Schnecke pro Tag insgesamt einen Meter vorankommt. Somit käme man zunächst auf:

7d : 1m/d = 7d

*Dieses Ergebnis bedeutet allerdings, dass die Schnecke am 7. Tag 1m über die Baumspitze hinaus kriechen und in der 7. Nacht diesen Meter wieder zurück rutschen würde. Die Schnecke erreicht die Baumspitze also schon am **6. Tag**.*

Insbesondere dieser letzte Gedankenschritt ist eine häufige Fehlerquelle, da er oft vergessen wird.

ZR8 *Der Einer der Zahl kann nicht genau bestimmt werden, da dieser sowohl der Einer der dreistelligen als auch der zweistelligen Zahl ist und die Information über diesen folglich durch die Subtraktion verloren geht.*

*Zur Vereinfachung werde zunächst 0 als Einer angenommen, was eine Möglichkeit ist und auch nicht zum Verlust von Lösungen führt. Die gesuchte Zahl wäre demzufolge ein Vielfaches von 100. So ist 800 als erste Lösung recht schnell ersichtlich. Somit ist 8 der einzige sinnvolle Hunderter und die zehn Lösungen (da es zehn mögliche Einer gibt) **800; 801; 802; 803; 804; 805; 806; 807; 808; 809**.*

4) Es ist von den Kindern nur einer der gegebenen Begründungsvorschläge zu erwarten, auf die weitere Möglichkeit kann ggf. hingewiesen werden. Es können auch andere Begründungen und/oder Formulierungen, sofern sie nachvollziehbar sind, richtig sein.

5) a) Eine einfache Möglichkeit, die Anzahl der Einwurfmöglichkeiten zu bestimmen, ist, sie systematisch aufzuschreiben. Eine Tabelle (siehe unten) kann helfen, den Überblick zu behalten.

Kaugummis	Einwurfmöglichkeiten	Anzahl Möglichkeiten
4	10ct + 10ct + 10ct + 10ct 10ct + 10ct + 20ct 10ct + 20ct + 10ct 20ct + 10ct + 10ct 20ct + 20ct	**5**
5	10ct + 10ct + 10ct + 10ct + 10ct 10ct + 10ct + 10ct + 20ct 10ct + 10ct + 20ct + 10ct 10ct + 20ct + 10ct + 10ct 20ct + 10ct + 10ct + 10ct 10ct + 20ct + 20ct 20ct + 10ct + 20ct 20ct + 20ct + 10ct	**8**
6	10ct + 10ct + 10ct + 10ct + 10ct + 10ct 10ct + 10ct + 10ct + 10ct + 20ct 10ct + 10ct + 10ct + 20ct + 10ct 10ct + 10ct + 20ct + 10ct + 10ct 10ct + 20ct + 10ct + 10ct + 10ct 20ct + 10ct + 10ct + 10ct + 10ct 10ct + 10ct + 20ct + 20ct 10ct + 20ct + 10ct + 20ct 20ct + 10ct + 10ct + 20ct 10ct + 20ct + 20ct + 10ct 20ct + 10ct + 20ct + 10ct 20ct + 20ct + 10ct + 10ct 20ct + 20ct + 20ct	**13**

b) *Wenn man n Kaugummis bezahlen will, kann man entweder zuerst n - 1 Kaugummis bezahlen (mit entsprechend vielen verschiedenen Einwurfmöglichkeiten) und dann weitere 10ct einwerfen oder zuerst n - 2 Kaugummis bezahlen (mit entsprechend vielen verschiedenen Einwurfmöglichkeiten) und dann weitere 20ct einwerfen. Folglich* *ergibt sich bei n Kaugummis die Anzahl der Einwurfmöglichkeiten aus der Summe der Einwurfmöglichkeiten bei n - 1 Kaugummis und bei n – 2 Kaugummis.*

7 Kaugummis: *8 + 13 = 21 Möglichkeiten*

8 Kaugummis: *13 + 21 = 34 Möglichkeiten*

9 Kaugummis: *21 + 34 = 55 Möglichkeiten*

10 Kaugummis: ***34 + 55 = 89 Möglichkeiten***

Die Gesetzmäßigkeit, der die Reihe der Anzahlen der Möglichkeiten folgt, ist die der Fibonacci-Reihe. Um sie zu erkennen, ist es empfehlenswert eine Tabelle anzulegen, in der die Einwurfmöglichkeiten ab 0 Kaugummis verzeichnet sind.

Kaugummis	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Einwurfmöglichkeiten	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Arbeitsblatt 14

1)

Vervollständige die Tabelle.

	x	y	z	$(x - y) \cdot z$	$3 \cdot (x + y + z)$	$3 \cdot x + (y - z)$
a)	73	66	19	133	474	266
b)	35	17	5	90	171	117
c)	37	29	26	208	276	114

2)

Fülle die Leerstellen in den Zahlenfolgen. Begründe.

a) 100 140 190 250 *320* *400* 490 590

Es wird zunächst 40 addiert. Zu jedem Folgeglied wird 10 mehr hinzuaddiert als zum vorangegangenen.

b) 10 20 15 30 25 *50* *45* 90

Es wird zunächst mit 2 multipliziert und im Folgenden immer abwechselnd 5 subtrahiert und mit 2 multipliziert.

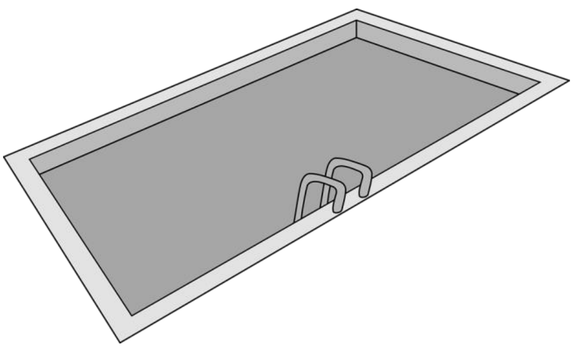
c) 4 9 18 23 46 *51* *102* 107

Es wird zunächst 5 addiert und dann immer abwechselnd mit 2 multipliziert und 5 addiert.

3) *

In der Schwimmhalle beobachten Max und Mia, dass der Bademeister regelmäßig eine Runde um das Schwimmbecken geht. Aus der Broschüre der Schwimmhalle wissen sie, dass das Becken 25m lang und 15m breit ist.

Wie lang ist eine Runde des Bademeisters, wenn er stets 1m vom Rand entfernt läuft?



Die Runde des Bademeisters ist 88m lang.

4) *

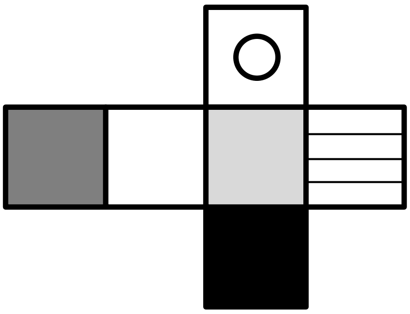
Drei Bäume im Wald sind zusammen 100 Jahre alt. Die ersten beiden von ihnen sind zusammen 41 Jahre alt. Der erste und der dritte Baum zählen zusammen 96 Jahre.

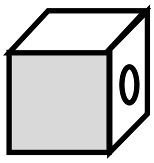
Wie alt sind diese drei Bäume?

Der erste Baum ist 37 Jahre alt. Der zweite Baum ist 4 Jahre alt. Der dritte Baum ist 59 Jahre alt.

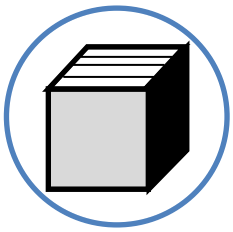
5)

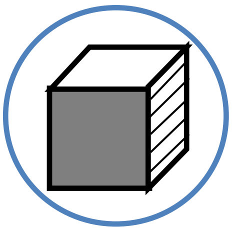
Welche Würfel können nicht zu diesem Würfelnetz gehören? Kreise sie ein.

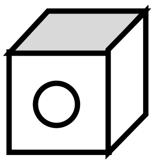


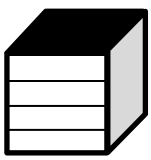
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

6) *

Zwei Städte A und B sind durch eine 50km lange Landstraße miteinander verbunden. Zwei Jungen fahren mit dem Fahrrad einander entgegen. Sie starten gleichzeitig. Der Junge aus A schafft 15km pro Stunde, der Junge aus B nur 10km pro Stunde.

a) Nach welcher Zeit treffen sie einander?

Sie treffen einander nach 2h.

Sofort nach Ankunft in der jeweils anderen Stadt kehren die Jungen um und fahren mit der gleichen Geschwindigkeit zurück.

b) Nach welcher Zeit treffen sie einander erneut? Wie weit sind sie zu diesem Zeitpunkt von A entfernt?

Sie treffen einander nach insgesamt 6h erneut und sind dann 10km von A entfernt.

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 14

1) Das Aufgabenformat ist den Kindern bereits von den drei vorangegangen Arbeitsblättern bekannt. Daher sollten keine größeren Probleme bei der Bearbeitung auftreten.

a) $\mathbf{(x - y) \cdot z} = (73 - 66) \cdot 19 = 7 \cdot 19 \mathbf{= 133}$

$\mathbf{3 \cdot (x + y + z)} = 3 \cdot (73 + 66 + 19) = 3 \cdot 158 \mathbf{= 474}$

$\mathbf{3 \cdot x + (y - z)} = 3 \cdot 73 + (66 - 19) = 219 + 47 \mathbf{= 266}$

b) $(x - y) \cdot z = 90$

$(35 - 17) \cdot z = 90$

$18 \cdot z = 90 \quad \rightarrow \mathbf{z = 5}$

$\mathbf{3 \cdot (x + y + z)} = 3 \cdot (35 + 17 + 5) = 3 \cdot 57 \mathbf{= 171}$

$\mathbf{3 \cdot x + (y - z)} = 3 \cdot 35 + (17 - 5) = 105 + 12 \mathbf{= 117}$

c) $3 \cdot (x + y + z) = 276$

$3 \cdot (37 + 29 + z) = 276$

$3 \cdot \underbrace{(66 + z)}_{92} = 276$

$3 \cdot 92 = 276 \quad \rightarrow 66 + z = 92 \qquad \rightarrow \mathbf{z = 26}$

$\mathbf{(x - y) \cdot z} = (37 - 29) \cdot 26 = 8 \cdot 26 \mathbf{= 208}$

$\mathbf{3 \cdot x + (y - z)} = 3 \cdot 37 + (29 - 26) = 111 + 3 \mathbf{= 114}$

2) Eine mündliche Formulierung der Bildungsvorschrift der Zahlenfolgen soll hier genügen. Die Rekursionsformeln lauten (auch wenn diese den Schülern selbstverständlich nicht abzuverlangen sind):

a) $a_{n+1} = a_n + 30 + 10n \qquad a_1 = 100$

b) $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n \cdot 2 & \forall\ n = 2k + 1;\ k \in N \\ a_n - 5 & \forall\ n = 2k;\ k \in N \end{cases} \qquad a_1 = 10$$

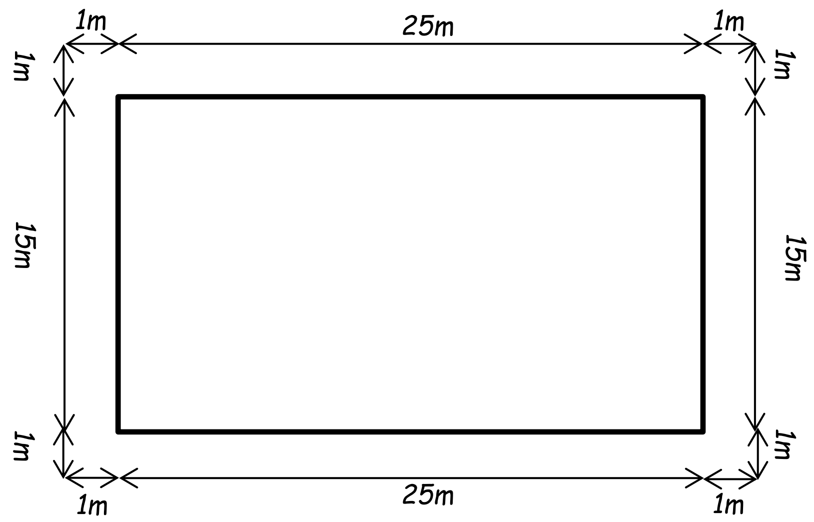
c) $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 5 & \forall\ n = 2k + 1;\ k \in N \\ a_n \cdot 2 & \forall\ n = 2k;\ k \in N \end{cases} \qquad a_1 = 4$$

Um die Bildungsvorschrift zu finden, ist es sinnvoll, die Zahlenfolgen in großer Schrift abzuschreiben und Pfeile zwischen die einzelnen Glieder zu zeichnen, die mit einem möglichen erfolgten Rechenschritt beschriftet sind, z. B.:

$$100 \xrightarrow{+40} 140 \xrightarrow{+50} 190 \xrightarrow{+60} 250 \quad \ldots$$

Alternativ kann dies auch direkt auf dem Papier erfolgen.

3) Eine Skizze kann zur Veranschaulichung des Sachverhalts hilfreich sein, z.B. (Skizze nicht maßstäblich):



Länge der Runde: $2 \cdot 25m + 2 \cdot 15m + 8 \cdot 1m =$ **88m**

4) Diese Aufgabe läuft auf ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Unbekannten hinaus. Es ist also eindeutig lösbar. Die Bäume werden im Weiteren mit a, b, c (Alter des ersten, zweiten, dritten Baumes in Jahren in dieser Reihenfolge) bezeichnet.

I $\quad a + b + c = 100$

II $\quad a + b = 41$

III $\quad a + c = 96$

Da dies ein recht einfaches Gleichungssystem ist, können es die Kinder i.d.R. so oder so ähnlich selbstständig aufstellen bzw. die entsprechenden notwendigen Rechenschritte richtig ausführen.

I - II	$c = 100 - 41 = \mathbf{59}$	
I - III	$b = 100 - 96 = \mathbf{4}$	
I	$a + b + c = 100$	
	$a + 4 + 59 = 100$	$\rightarrow \mathbf{a = 37}$

Auch andere Rechenwege sind möglich, z.B.:

I – II	$c = 100 - 41 = \mathbf{59}$	
III	$a + c = 96$	
	$a + 59 = 96$	$\rightarrow \mathbf{a = 37}$
II	$a + b = 41$	
	$37 + b = 41$	$\rightarrow \mathbf{b = 4}$

5) Die Kinder sollten ihre Lösungen möglichst begründen. Eine mündliche Begründung sollte genügen.

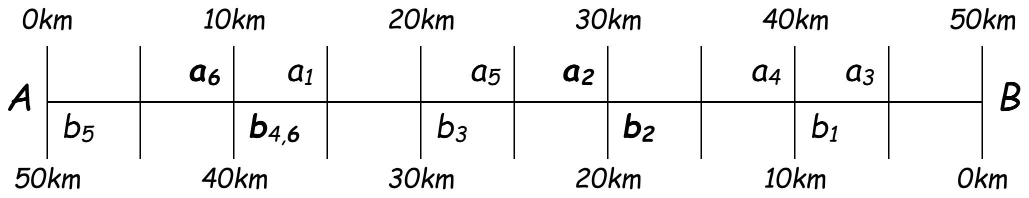
b) und c) *Die dargestellten Würfel können nicht zum Würfelnetz gehören, da die Linien auf der weißen Fläche parallel zur gemeinsamen Kante mit der schwarzen Fläche sein müssten.*

d) *Der Würfel kann nicht zum Würfelnetz gehören, da die rechte Seitenfläche ein Muster aufweist, das keine der Flächen im Würfelnetz aufweist.*

Manchen Kindern kann es helfen, den Würfel selbst aus Papier zu basteln. Dazu sollte ggf. Zeit eingeräumt werden.

6) Zur Veranschaulichung, insbesondere von Teilaufgabe b) kann eine Art Zahlenstrahl dienen. In diesen können die Positionen der Jungen nach jeder Stunde eingetragen werden und die Lösung(en) so relativ einfach abgelesen werden.

Im unten stehenden Beispiel gibt die obere Skala die Entfernung von Stadt A, die untere die Entfernung von Stadt B an. Die Landstraße ist hier in 5km–Abschnitte geteilt. Die Kleinbuchstaben bezeichnen die Positionen der Jungen aus der jeweiligen Stadt nach der Stundenzahl, die im Index steht.



<u>Anregung für eine Hausaufgabe</u>

Ausgehend von Aufgabe 2) können die Schüler sich eigene Zahlenfolgen ausdenken und dann mit Lücken versehen in der nächsten AG-Stunde gegenseitig stellen.

Arbeitsblatt 15

1)

Vervollständige die Tabelle und begründe. Gibt es stets nur eine Lösung?

	x	y	z	$x - y \cdot z$	$(x - y) \cdot z$
a)	9	0	0	9	0
b)	Keine Lösung	2	2	0	1
c)	2	1	0 1 2	2 1 0	0 1 2

2) *

Ein Tennisschläger ist etwa 23cm breit. Seine Länge (mit Stiel) beträgt das Dreifache seiner Breite. Schlägerbreite und –länge ergeben zusammen die Höhe des Netzes. So kann der Spieler die Netzhöhe prüfen.

Wie hoch ist ein straff gespanntes Tennisnetz?

Ein straff gespanntes Tennisnetz ist 92cm hoch.

3) *

Für die Fahrt von A nach B braucht ein Zug 1h 20min. Für die Rückfahrt auf derselben Strecke allerdings nur 80min.

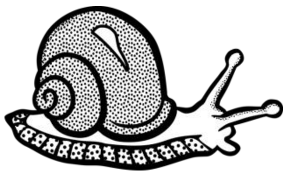
Wie ist das zu erklären?

1h 20min = 80min

4) *

Drei Schnecken veranstalten ein Wettrennen über 1m. Alle drei haben die gleiche Kriechgeschwindigkeit. Schnecke A kriecht jeweils 5cm und macht dann 5s Pause, Schnecke B kriecht jeweils 10cm mit 12s Pause. Schnecke C macht nach 20cm immer 25s Pause.

In welcher Reihenfolge kommen die Schnecken ins Ziel?



Schnecke A, dann Schnecke C, dann Schnecke B

5) *

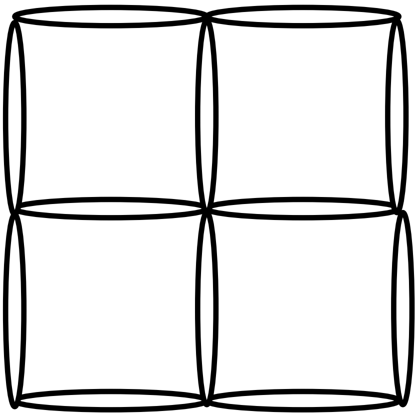
Zahlos Raumschiff, mit dem er auf die Erde kam, war 16,80m lang. Es hatte drei hintereinanderliegende Räume. Der Wohnraum war dreimal so lang wie das Cockpit. Der Tank war sogar viermal so lang wie das Cockpit. Die Dicke der Wände ist hier mit eingerechnet.

Wie lang waren die einzelnen Räume?

Das Cockpit war 2,10m lang. Der Wohnraum war 6,30m lang. Der Tank war 8,40m lang.

6)

Aus 12 Hölzern wurden 4 gleich große Quadrate gelegt, wobei zusätzlich ein großes Quadrat entstanden ist.

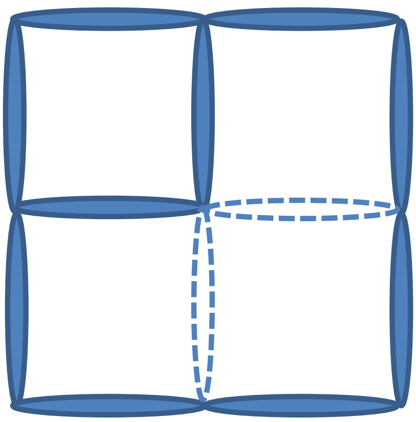


a) Nimm genau 2 Hölzer weg, ohne die anderen anzurühren, sodass 2 unterschiedlich große Quadrate zu sehen sind.

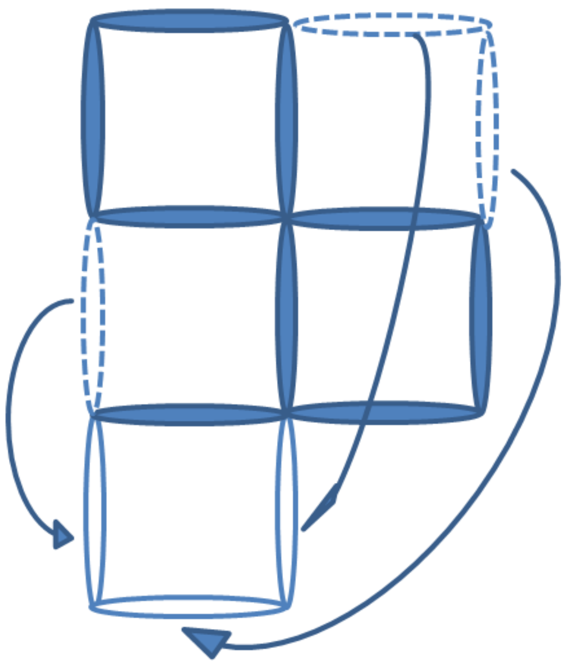
b) Lege genau vier Hölzer um, sodass nur noch drei gleich große Quadrate zu sehen sind.

c) Lege genau 3 Hölzer um, sodass nur noch 3 gleich große Quadrate zu sehen sind.

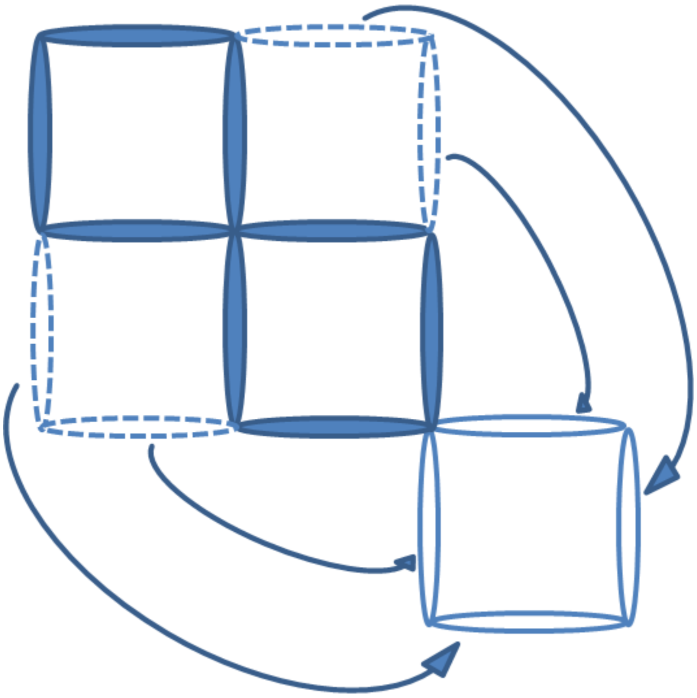
a)



c)



b)



Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 15

1) Der Aufgabentyp dürfte von den vorangegangenen Arbeitsblättern hinreichend bekannt sein, sollte also keine größeren Probleme bereiten. Neu ist, dass es eine Aufgabe ohne Lösung gibt.

a) $x - y \cdot z = 9$

$x - 0 \cdot z = 9$

$x - 0 = 9 \quad \rightarrow \mathbf{x = 9}$

$(x - y) \cdot z = 0$

$(9 - 0) \cdot z = 0$

$9 \cdot z = 0 \quad \rightarrow \mathbf{z = 0}$

b) $x - y \cdot z = 0$

$x - 2 \cdot 2 = 0$

$x - 4 = 0 \quad \rightarrow x = 4$

Probe: $(x - y) \cdot z = 1$

$(4 - 2) \cdot 2 = 1$

$4 = 1 \rightarrow$ *falsche Aussage*

Alternativ kann x auch anhand von $(x - y) \cdot z$ ausgerechnet werden und in der Probe so der Widerspruch hergestellt werden. Die Kinder sollten, falls sie dies nicht von allein machen, zur Überprüfung des zunächst ermittelten Ergebnisses angehalten werden.

c) *Da keinerlei Informationen über z zur Verfügung stehen, gibt es unendlich viele Lösungen für z ε R und somit auch für die Ausdrücke, die z enthalten.*

Da in der Grundschule allerdings i.A. nur mit natürlichen Zahlen gerechnet wird und damit kein Ausdruck kleiner als 0 werden darf, ergeben sich folgende Lösungen:

$x - y \cdot z = 2 - 1 \cdot z \geq 0$

$\rightarrow \mathbf{z = 0} \quad \rightarrow \mathbf{x - y \cdot z} = 2 - 1 \cdot 0 = 2 - 0 = \mathbf{2}$

$\rightarrow \mathbf{(x - y) \cdot z} = (2 - 1) \cdot 0 = \mathbf{0}$

ODER

→ $\boldsymbol{z = 1}$ → $\boldsymbol{x - y \cdot z} = 2 - 1 \cdot 1 = 2 - 1 = \mathbf{1}$

→ $\boldsymbol{(x - y) \cdot z} = (2 - 1) \cdot 1 = 1 \cdot 1 = \mathbf{1}$

ODER

→ $\boldsymbol{z = 2}$ → $\boldsymbol{x - y \cdot z} = 2 - 1 \cdot 2 = 2 - 2 = \mathbf{0}$

→ $\boldsymbol{(x - y) \cdot z} = (2 - 1) \cdot 2 = 1 \cdot 2 = \mathbf{2}$

2) *Länge des Schlägers:* *3 · 23cm = 69cm*

Höhe des Netzes: *23cm + 69cm =* ***92cm***

ODER:

Höhe des Netzes: *(1 + 3) · 23cm = 4 · 23cm =* ***92cm***

Eine Skizze kann zur Veranschaulichung hilfreich sein.

3) Manche Schüler sehen die Lösung sofort, andere müssen etwas überlegen.

1h 20min = 60min + 20 min = 80min

4) Da viele Aufgaben, in denen es um Strecken und Geschwindigkeiten ging, mit einem Pfeilbild gelöst werden konnten, scheint dies auch hier eine naheliegende Idee. Als problematisch stellt sich dabei allerdings das Festhalten der Pausenzeiten dar.

Da die Schnecken alle mit derselben Geschwindigkeit kriechen, ist lediglich die Gesamtlänge der Pausen entscheidend.

1m = 100cm

Schnecke A: 100cm : 5cm = 20 → 19 Pausen → 19 · 5s = ***95s***

Schnecke B: 100cm : 10cm = 10 → 9 Pausen → 9 · 12s = ***108s***

Schnecke C: 100cm : 20cm = 5 → 4 Pausen → 4 · 25s = ***100s***

Unbedingt bedacht werden muss, dass zwischen n Etappen nur n – 1 Pausen liegen. Dazu kann beispielsweise eine Skizze hilfreich sein.

5) Der entscheidende Schritt zur Lösung ist hier, zu erkennen, dass das Raumschiff 8-mal so lang ist wie das Cockpit.

Länge des Cockpits:	*16,80m : 8 =* ***2,10m***
Länge des Wohnraums:	*3 · 2,10m =* ***6,30m***
Länge des Tanks:	*4 · 2,10m =* ***8,40m***

6) Legeaufgaben lassen sich meist am besten lösen, wenn das entsprechende Material zur Verfügung steht und die Kinder es selbst benutzen können. Anstelle von Streichhölzern können auch Zahnstocher, Strohhalme o.ä. verwendet werden.

Arbeitsblatt 16

1)

Vervollständige die Tabelle und begründe.

	x	y	z	x + y - z	3 · x + (y + z)	3 · x - (y + z)
a)	4	7	2	9	21	3
b)	9	1	3	7	31	23
c)	10	8	3	15	41	19

2) *

Max und Mia wollen Aufkleber tauschen. Auf Mias Frage nach der Anzahl seiner Aufkleber antwortet Max: „Ermittle die Differenz aus dem Doppelten der größten zweistelligen Zahl und 160, dann weißt du, wie viele Aufkleber ich zum Tauschen habe."

Wie viele Aufkleber hat Max zum Tauschen?

Max hat 38 Aufkleber zum Tauschen.

3) *

Frau Wagner legt Pralinen auf 6 Teller. Auf den ersten Teller legt sie eine Praline und auf jeden Teller zwei mehr als auf den vorhergehenden.

Wie kann sie nun die Pralinen gleichmäßig an Max, Mia und Zahlo verteilen, ohne sie von den Tellern zu nehmen?

Einer erhält den ersten und den sechsten Teller. Einer erhält den zweiten und den fünften Teller. Einer erhält den dritten und den vierten Teller.

4) *

In einem internationalen Ferienlager können von 120 deutschen Kindern 65 Englisch und 54 Französisch. 20 Kinder beherrschen beide Fremdsprachen.
Wie viele Kinder beherrschen keine der beiden Fremdsprachen?
Es sind 21 Kinder.

5) *

Vom Wort „KNOBELN" bezeichnet jeder Buchstabe eine von 0 verschiedene Zahl. Über diese Zahlen ist bekannt:

(a) $E \cdot L - K = B$

(b) $K : N = B$

(c) $B + B = B \cdot B$

(d) $3 \cdot L - E = B$

(e) $8 \cdot B : L = 2 \cdot B$

(f) $K + N - O + B - E + L - N = 17$

Welche Zahl bezeichnet der Buchstabe O?
Die Zahl 17.

6) *

Auf seinem Rückflug nach Mathematica sieht Zahlo auf dem Kilometerzähler seines Raumschiffs die Angabe: „15951 intergalaktische Superkilometer". Die Zahl 15951 ist eine Spiegelzahl, denn sie ergibt von vorne und von hinten gelesen dieselbe Zahl.
Wie schnell müsste Zahlo weiterfliegen, um in 2h die nächste Spiegelzahl abzulesen?
55 intergalaktische Superkilometer/h.


Super! Du hast nun alle Aufgabenblätter bearbeitet. Du kannst stolz auf dich sein. Meine Mission ist hiermit abgeschlossen. Ich wünsche dir noch weiterhin viel Spaß beim Knobeln.
Dein Zahlo

Hinweise und Anregungen zu Arbeitsblatt 16

1) Der Aufgabentyp dürfte von den vorangegangenen Arbeitsblättern hinreichend bekannt sein, sollte also keine größeren Probleme bereiten.

   a) $\boldsymbol{x + y - z} = 4 + 7 - 2 = \mathbf{9}$

   $\boldsymbol{3 \cdot x + (y + z)} = 3 \cdot 4 + (7 + 2) = 12 + 9 = \mathbf{21}$

   $\boldsymbol{3 \cdot x - (y + z)} = 3 \cdot 4 - (7 + 2) = 12 - 9 = \mathbf{3}$

   b) $x + y - z = 7$

   $9 + y - 3 = 7$

   $6 + y = 7 \quad \rightarrow \boldsymbol{y = 1}$

   $\boldsymbol{3 \cdot x + (y + z)} = 3 \cdot 9 + (1 + 3) = 27 + 4 = \mathbf{31}$

   $\boldsymbol{3 \cdot x - (y + z)} = 3 \cdot 9 - (1 + 3) = 27 - 4 = \mathbf{23}$

   c) $3 \cdot x - (y + z) = 19$

   $3 \cdot x - (8 + 3) = 19$

   $\underbrace{3 \cdot x} - 11 = 19$

   $30 - 11 = 19 \qquad \rightarrow 3 \cdot x = 30 \qquad \rightarrow \boldsymbol{x = 10}$

   $\boldsymbol{x + y - z} = 10 + 8 - 3 = \mathbf{15}$

   $\boldsymbol{3 \cdot x + (y + z)} = 3 \cdot 10 + (8 + 3) = 30 + 11 = \mathbf{41}$

2) Diese Aufgabe ähnelt einem Zahlenrätsel, das durch einfaches Rechnen gelöst werden kann.

   $99 \cdot 2 = 198 \qquad 198 - 160 = \mathbf{38}$

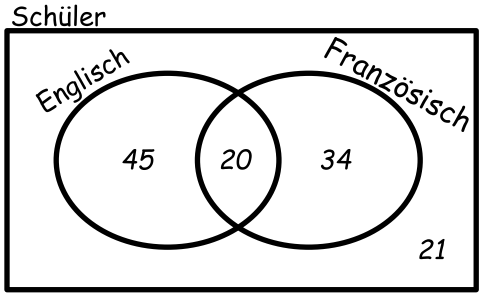
3) Eine Skizze, in der die jeweiligen Teller mit Pralinenanzahl notiert sind, kann hilfreich sein. Auch eine Tabelle (siehe unten) kann nützlich sein.

Teller	1	2	3	4	5	6
Pralinen	1	3	5	7	9	11

   $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 \qquad 1 + 11 = 3 + 9 = 5 + 7 = 12 = 36 : 3$

   Folglich werden Teller 1 und 6, Teller 2 und 5 sowie Teller 3 und 4 jeweils an die gleiche Person gegeben.

4) Auch diese Aufgabe kann, wie die Aufgaben 11/4 und 12/4, mit einem Mengendiagramm veranschaulicht werden. Allerdings ist hier nicht nach der Gesamtmenge, sondern nach einer Teilmenge der Schüler gefragt.



*120 - 65 - 54 + 20 = **21***

***Kinder** sprechen keine der beiden Sprachen.*

5) Diese Aufgabe ähnelt der Aufgabe 9/3. Auch hier ist die wesentliche Schwierigkeit, die richtige Reihenfolge der Gleichungen zum Lösen dieser herauszufinden.

(c) $B + B = B \cdot B$ → $B = 2$ (B = 0 wurde ausgeschlossen)

(e) $8 \cdot B : L = 2 \cdot B$

$8 \cdot 2 : L = 2 \cdot 2$ → $L = 4$

(d) $3 \cdot L - E = B$

$3 \cdot 4 - E = 2$ → $E = 10$

(a) $E \cdot L - K = B$

$10 \cdot 4 - K = 2$ → $K = 38$

(b) $K : N = B$

$38 : N = 2$ → $N = 19$

(f) $K + N - O + B - E + L - N = 17$

$38 + 19 - O + 2 - 10 + 4 - 19 = 17$ → $\mathbf{O = 17}$

6) Da „intergalaktischer Superkilometer" keine genormte Einheit ist, wird ohne Einheiten gerechnet und die Einheit lediglich im Antwortsatz angegeben.

Die nächste Spiegelzahl ist 16061.

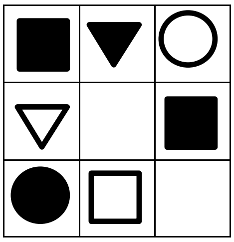
*16061 - 15951 = 110   110 : 2 = **55***

Zahlo müsste mit 55 intergalaktischen Superkilometern pro Stunde weiterfliegen.

Arbeitsblatt 1

1) Bei einem Preisausschreiben in einer Zeitung konnten viele Kinder etwas gewinnen. Der erste Preis war ein Geldbetrag von 250€, der zweite Preis waren 100€ weniger als der erste. Der dritte Preis betrug die Hälfte des zweiten Preises. Außerdem wurden noch 7 Sonderpreise zu je 25€ vergeben.
Wie groß war der Gesamtwert aller Preise?

2) Welche Figuren fehlen? Zeichne sie ein und begründe.



3) Jan springt 1,15m hoch, Simon 950mm, Georg überspringt die 1m-Marke um 5cm und Paul hätte noch einen halben Meter höher springen müssen, um den Schulrekord von 1,46m zu erreichen.
Gib die Sprunghöhen der Jungen und ihre jeweilige Platzierung an.

4) Schreibe alle Möglichkeiten auf, wie du einen 10€-Schein wechseln kannst. Dafür stehen dir ausreichend 1€-Münzen, 2€-Münzen und 5€-Scheine zur Verfügung. Du musst aber nicht immer alle Sorten von Münzen bzw. Scheinen verwenden.

Arbeitsblatt 2

1) Herr Blau, Frau Grün und Opa Rot treffen sich im Supermarkt. Jeder hat genau eine Tasche bei sich. Die Taschen haben die Farben blau, grün und rot. „Keiner trägt eine Tasche in der Farbe, die seinem Namen entspricht.“, stellt die Person mit der blauen Tasche fest. „Stimmt!“, bestätigt Frau Grün.
Welche Farbe hat Frau Grüns Tasche?

2) Für den Halloweenumzug mit ihren Freunden nähten Mia und Max aus 50m Stoff 15 Umhänge und 20 Schleier. Für einen Schleier haben sie 1m Stoff gebraucht.
Wie viel Stoff haben sie für einen Umhang gebraucht?

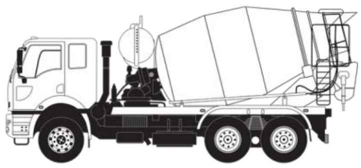
3) Acht Enten, alle völlig gleich, schwimmen auf dem kleinen Teich.
Eine jedoch ging an Land, weil sie da mehr Futter fand.
Drei tunkten ihre Köpfe klein in das kalte Wasser ein.
Und hoben ihre Beine hoch zum Zeichen, dass die Leben noch.
Wie viele Köpfe und wie viele Beine sind unter Wasser?
Wie viele Köpfe und wie viele Beine sind nicht unter Wasser?

4) Max spielt zusammen mit 35 anderen Schülern im Schulorchester. Sie spielen entweder ein Streichinstrument oder ein Blasinstrument oder Akkordeon. Der vierte Teil der Schüler spielt Akkordeon. Im Orchester spielen außerdem 16 Streicher.
Wie viele Schüler spielen Akkordeon, wie viele ein Blasinstrument?

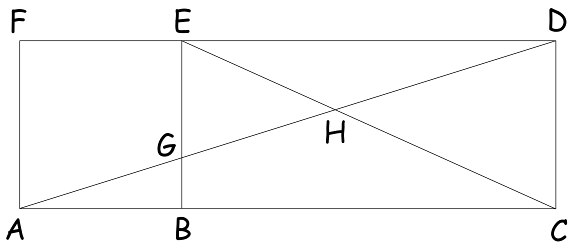
Arbeitsblatt 3

1) Mia hat eine 60cm lange Kette aus gleich großen bunten Holzperlen. Sie nimmt drei rote und vier blaue Perlen herunter. Nun ist die Kette nur noch 46cm lang. Wie breit ist eine Holzperle?

2) Für die Fahrt zwischen Betonwerk und Baustelle braucht ein LKW 38min. Das Beladen im Betonwerk dauert 13min. Wann kommt der LKW mit seiner 2. Ladung auf der Baustelle an, wenn das Abladen dort 16min dauert und das erste Beladen im Betonwerk um 7.15 Uhr begann?



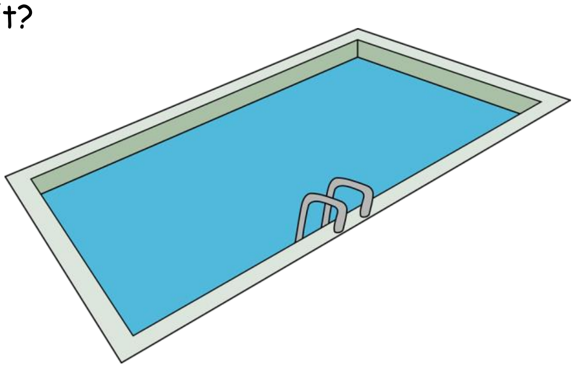
3) Wie viele Dreiecke gibt es in dieser Abbildung? Schreibe alle Dreiecke auf, die du erkennst.



Arbeitsblatt 4

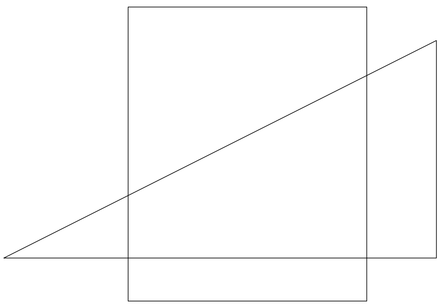
1) Ein Tennisschläger ist etwa 23cm breit. Seine Länge (mit Stiel) beträgt das Dreifache seiner Breite. Schlägerbreite und –länge ergeben zusammen die Höhe des Netzes. So kann der Spieler die Netzhöhe prüfen.
Wie hoch ist ein straff gespanntes Tennisnetz?

2) In der Schwimmhalle beobachten Max und Mia, dass der Bademeister regelmäßig eine Runde um das Schwimmbecken geht. Aus der Broschüre der Schwimmhalle wissen sie, dass das Becken 25m lang und 15m breit ist.
Wie lang ist eine Runde des Bademeisters, wenn er stets 1m vom Rand entfernt läuft?



3) Von 40kg Gummibärchen hat ein Supermarkt einen Teil verkauft. Es blieben 8kg mehr übrig als verkauft wurden.
Wie viele Gummibärchen wurden verkauft?

4) Wie viele Vierecke siehst du in der nebenstehenden Figur?



Verweise auf Aufgabennummern

Aufgabennummer	Entspricht Aufgabe
1/1	4/3
1/2	1/6
1/3	2/3
1/4	1/4
2/1	7/6
2/2	7/1
2/3	6/2
2/4	6/3
3/1	9/1
3/2	6/6
3/3	7/4
4/1	15/2
4/2	14/3
4/3	11/2
4/4	10/4
5/1	5/5
5/2	7/3
5/3	11/3
5/4	6/4
5/5	13/ZR8
5/6	8/5
6/1	11/5
6/2	14/5
6/3	15/4
6/4	13/5
6/5	2/8
6/6	10/3

_________________________, __________
Ort, Datum

Sehr geehrte Eltern,

Ihre Tochter/Ihr Sohn hat im Mathematikunterricht Interesse an der Teilnahme an der AG Mathematik gezeigt. Es wäre schön, wenn Sie ihr/ihm die Teilnahme ermöglichen.

Tag, Zeit: ____

Ihr Kind benötigt dafür einen AG-Hefter mit karierten Blättern sowie einer Klarsichthülle. Bitte geben Sie Ihrem Kind zudem ein Foto mit (Es muss kein Passfoto sein, Urlaubsbilder etc. vom Kind sind auch möglich.).

Mit freundlichen Grüßen

AG-LeiterIn

_________________________, __________
Ort, Datum

Sehr geehrte Eltern,

Ihre Tochter/Ihr Sohn hat im Mathematikunterricht Interesse an der Teilnahme an der AG Mathematik gezeigt. Es wäre schön, wenn Sie ihr/ihm die Teilnahme ermöglichen.

Tag, Zeit: ____

Ihr Kind benötigt dafür einen AG-Hefter mit karierten Blättern sowie einer Klarsichthülle. Bitte geben Sie Ihrem Kind zudem ein Foto mit (Es muss kein Passfoto sein, Urlaubsbilder etc. vom Kind sind auch möglich.).

Mit freundlichen Grüßen

AG-LeiterIn

Mein Mathepass

Name: ______________________________

Klasse: ______________________________

9

8

10

7

11

6

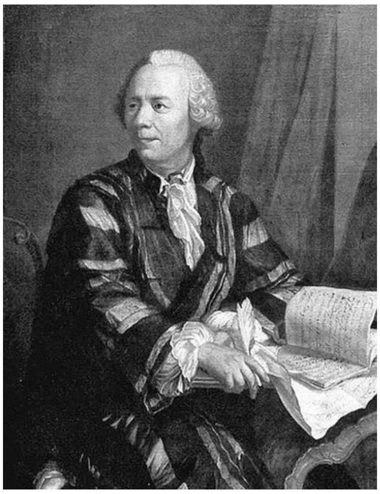
12

5

13

4

14



3

15

2

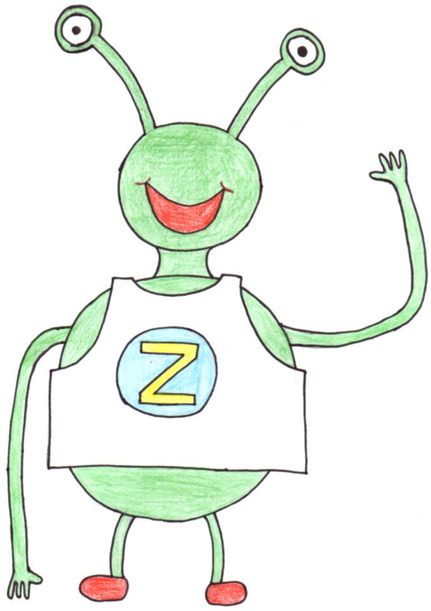
16

1

Geschafft!

Los geht's!

Zahlo-Diplom



____

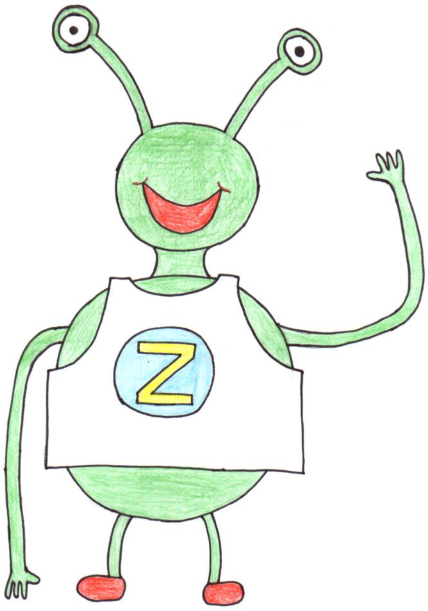
Klasse __

hat im Schuljahr _______ erfolgreich an der Mathematik-AG teilgenommen und erhält als Anerkennung diese Urkunde.

____

Datum, Unterschrift des Lehrers

Zahlo-Diplom



____

Klasse __
hat in den Schuljahren _______ und
_______erfolgreich an der Mathematik-AG
teilgenommen und erhält als Anerkennung diese
Urkunde.

____

Datum, Unterschrift des Lehrers